2020年浙江省高考科目考试绍兴市适应性试卷

数　学

2020. 4

参考公式：

如果事件 A、B 互斥，那么：$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件 A、B 相互独立，那么：$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率为 p，那么 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率：

$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2,\cdots,n)$

柱体的体积公式：$V=Sh$　　其中 S 表示柱体的底面积，h 表示柱体的高

锥体的体积公式：$V=\frac{1}{3}Sh$　　其中 S 表示锥体的底面积，h 表示锥体的高

台体的体积公式：$V=\frac{1}{3}h(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)$　　其中 S_1，S_2 分别表示台体的上、下底面积，h 表示台体的高

球的表面积公式：$S=4\pi R^2$　　其中 R 表示球的半径

球的体积公式：$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

第Ⅰ卷(选择题　共40分)

一、选择题(本大题共10小题，每小题4分，共40分．每小题给出的选项中只有一个是符合题目要求的，不选、多选、错选均不得分)

1. 已知集合 $A=\{x|x>1\}$，$B=\{x|x\geqslant 1\}$，则 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=$　(　　)

　A. $\varnothing$　　B. $\{1\}$　　C. $\mathbf{R}$　　D. $(1,+\infty)$

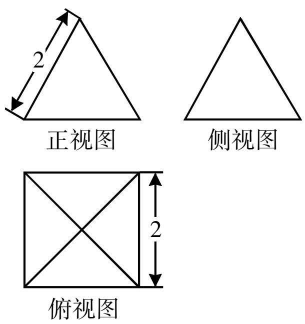
2. 双曲线 $\frac{x^2}{3}-y^2=1$ 的焦点到渐近线的距离是　(　　)

　A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

3. 底面是正方形且侧棱长都相等的四棱锥的三视图如图所示，则该四棱锥的体积是　(　　)

　A. $4\sqrt{3}$　　B. 8

　C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{8}{3}$



第3题图

4. 若实数 x，y 满足不等式组 $\begin{cases} y\geqslant 0 \\ x-2y\leqslant 2 \\ 2x-y\geqslant 2 \end{cases}$，则 $x-3y$　(　　)

　A. 有最大值 -2，最小值 $-\frac{8}{3}$　　B. 有最大值 $\frac{8}{3}$，最小值2

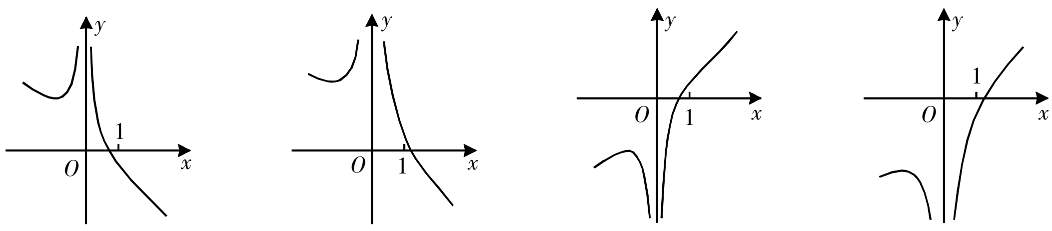
　C. 有最大值2，无最小值　　D. 有最小值 -2，无最大值

5. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $A=\frac{\pi}{4}$，则“$\sin A>\sin B$”是“$\triangle ABC$ 是钝角三角形”的　(　　)

　A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

　C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 已知 $a>0$，且 $a\neq 1$，若 $\log_a 2>1$，则 $y=x-\frac{a}{|x|}$ 的图象可能是　(　　)



A　　B　　C　　D

7. 已知 $x_1,x_2,x_3\in\mathbf{R}$, $x_1<x_2<x_3$, 设 $y_1=\frac{x_1+x_2}{2}$, $y_2=\frac{x_2+x_3}{2}$, $y_3=\frac{x_3+x_1}{2}$, $z_1=\frac{y_1+y_2}{2}$, $z_2=\frac{y_2+y_3}{2}$, $z_3=\frac{y_3+y_1}{2}$,

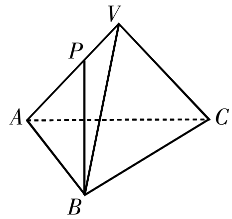
若随机变量 X,Y,Z 满足:$P(X=x_i)=P(Y=y_i)=P(Z=z_i)=\frac{1}{3}(i=1,2,3)$,则 ( )

A. $D(X)<D(Y)<D(Z)$　　B. $D(X)>D(Y)>D(Z)$

C. $D(X)<D(Z)<D(Y)$　　D. $D(X)>D(Z)>D(Y)$

8. 如图,三棱锥 $V\text{-}ABC$ 的底面 ABC 是正三角形,侧棱长均相等,P 是棱 VA 上的点(不含端点),记直线 PB 与直线 AC 所成角为 α,二面角 $P\text{-}AC\text{-}B$ 的平面角为 β,则 $\alpha+\beta$ 不可能是 ( )

A. $\frac{3\pi}{4}$　　B. $\frac{2\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{\pi}{3}$

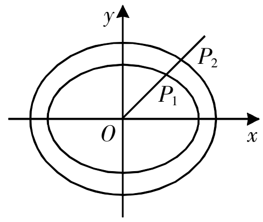


第 8 题图

9. 如图,一系列椭圆 C_n:$\frac{x^2}{n+1}+\frac{y^2}{n}=1(n\in\mathbf{N}^*)$,射线 $y=x(x\geqslant 0)$与椭圆 C_n 交于点 P_n,设 $a_n=|P_nP_{n+1}|$,则数列$\{a_n\}$是 ( )

A. 递增数列　　B. 递减数列

C. 先递减后递增数列　　D. 先递增后递减数列



第 9 题图

10. 设 $a\in\mathbf{R}$,若 $x\in[1,\mathrm{e}]$时恒有$(\mathrm{e}-1)x\cdot\ln(x+\frac{a}{x})\leqslant x^2-x+a$(其中 $\mathrm{e}=2.71828\cdots$为自然对数的底数),则恒有零点的是 ( )

A. $y=x^2+ax+1$　　B. $y=ax^2+3x+1$

C. $y=\mathrm{e}^x+a-1$　　D. $y=\mathrm{e}^x-a+1$

二、填空题(本大题共 7 小题,多空题每小题 6 分,单空题每小题 4 分,共 36 分)

11. 函数 $f(x)=-3\sin(\pi x+2)$的最小正周期为________,值域为________.

12. 已知 i 为虚数单位,复数 z 满足 $\frac{z+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=1-2\mathrm{i}$,则 $z=$________,$|z|=$________.

13. 已知$(1+x)^6-(2+x)^6=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_5x^5+a_6x^6$,则 $a_6=$________,$|a_0|+|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_5|+|a_6|=$________.

14. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x,x<0\\ \log_2(x-a),x\geqslant 0\end{cases}$. 若 $f(-1)=f(1)$,则实数 $a=$________;若 $y=f(x)$存在最小值,则实数 a 的取值范围为________.

15. 某地区有 3 个不同值班地点,每个值班地点需配一名医务人员和两名警察,现将 3 名医务人员(1 男 2 女)和 6 名警察(4 男 2 女)分配到这 3 个地点去值班,要求每个值班地点至少有一名女性,则共有________种不同分配方案.(用具体数字作答)

16. 已知平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c},\boldsymbol{d}$,满足$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{c}|=1$,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$,$|\boldsymbol{c}-\boldsymbol{d}|=|\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}|$,则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{d}$ 的取值范围为________.

17. 已知 $a,b\in\mathbf{R}$,设函数 $f(x)=2|\sin x+a|+|\cos 2x+\sin x+b|$的最大值为 $G(a,b)$,则 $G(a,b)$的最小值为________.

三、解答题(本大题共 5 小题,共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

18. (本题满分 14 分)在△ABC 中,已知内角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c,且 $b=1$,$\frac{a}{\cos A}=\frac{\sqrt{3}}{\sin B}$.

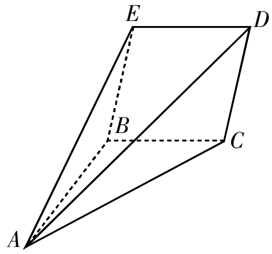
(Ⅰ)求角 A.

(Ⅱ)若 $a=2$,求△ABC 的面积.

19. (本题满分 15 分)如图,四棱锥 $A-BCDE$ 中,底面 $BCDE$ 是正方形,$\angle ABC=90°$,$AC=2$,$BC=1$,$AE=\sqrt{7}$.

(Ⅰ)求证:$BC\perp AE$.

(Ⅱ)求直线 AD 与平面 $BCDE$ 所成角的正弦值.



20. (本题满分 15 分)已知数列$\{a_n\}$是等比数列,$a_1=2$,且 a_2,a_3+2,a_4 成等差数列. 数列$\{b_n\}$满足:$b_1+\frac{b_2}{\sqrt{2}}+\frac{b_3}{\sqrt{3}}+\cdots+\frac{b_n}{\sqrt{n}}=\frac{n^2+n}{2}(n\in\mathbf{N}^*)$.

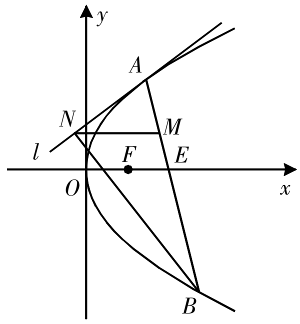
(Ⅰ)求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式.

(Ⅱ)求证:$\frac{b_1-1}{a_1}+\frac{b_2-1}{\sqrt{2}\cdot a_2}+\frac{b_3-1}{\sqrt{3}\cdot a_3}+\cdots+\frac{b_n-1}{\sqrt{n}\cdot a_n}<\frac{3}{2}$.

21. (本题满分 15 分)如图,已知点 $O(0,0)$,$E(2,0)$,抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$的焦点 F 为线段 OE 中点.

(Ⅰ)求抛物线 C 的方程.

(Ⅱ)过点 E 的直线交抛物线 C 于 A,B 两点,$\overrightarrow{AB}=4\overrightarrow{AM}$,过点 A 作抛物线 C 的切线 l,N 为切线 l 上的点,且 $MN\perp y$ 轴,求△ABN 面积的最小值.



22. (本题满分 15 分)已知函数 $f(x)=(x+1)e^x-ax^2(x>0)$.

(Ⅰ)若函数 $f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增,求实数 a 的取值范围.

(Ⅱ)若函数 $f(x)$有两个不同的零点 x_1,x_2,

(ⅰ)求实数 a 的取值范围;

(ⅱ)求证:$\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}-\dfrac{1}{t_0+1}>1$. (其中 t_0 为 $f(x)$的极小值点)