台州市 2019学年 第一学期 高三年级期末质量评估试题

数 学

2020.01

命题：许志锋(黄岩中学)　孙军波(温岭中学)

审题：毕里兵(台州中学)

本试题卷分选择题和非选择题两部分。满分150分，考试时间120分钟。请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

参考公式：

柱体的体积公式：$V=Sh$　　其中S表示柱体的底面积，

锥体的体积公式：$V=\frac{1}{3}Sh$　　其中S表示锥体的底面积，h表示锥体的高

台体的体积公式：$V=\frac{1}{3}h\left(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2\right)$　　其中S_1,S_2分别表示台体的上、下底面积，h表示台体的高

球的表面积公式：$S=4\pi R^2$　　球的体积公式：$V=\frac{4}{3}\pi R^3$，其中R表示球的半径

选择题部分（共40分）

一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合$A=\{0,1,2\}$，$B=\{0,1,3\}$，若全集$U=A\cup B$，则$\complement_U(A\cap B)=$

A．$\{2,3\}$　　B．$\{0,1\}$　　C．$\{0,1,2,3\}$　　D．$\varnothing$

2．已知$a=\log_2 48$，$2^b=\frac{2}{3}$，则$a+b=$

A．4　　B．5　　C．6　　D．7

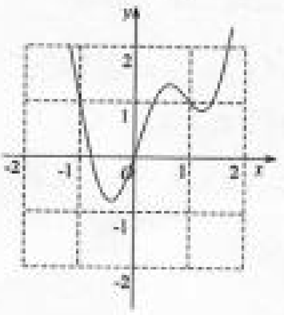
3．已知实数x,y满足$\begin{cases}2x+3y\le 6,\\ x\ge 0,\\ y\ge 0,\end{cases}$　则$z=x+y$的最大值为

A．4　　B．3　　C．$\frac{14}{5}$　　D．2

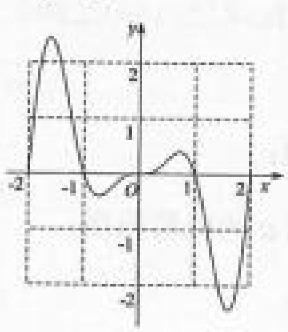
4．二项式$(1-2x)^9$的展开式中x^6的系数为

A．C_9^6　　B．$-C_9^6$　　C．$C_9^6\cdot 2^6$　　D．$-C_9^6\cdot 2^6$

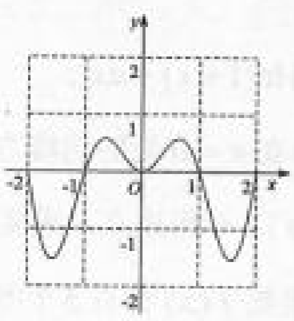
5．函数$f(x)=x+\sin(\pi x)$的图象是



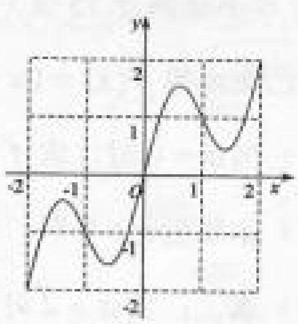
A.



B.



C.



D.

6．已知点F为椭圆$C:\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$的右焦点，点$P$为椭圆$C$与圆$(x+2)^2+y^2=16$的一个交点，则$|PF|=$

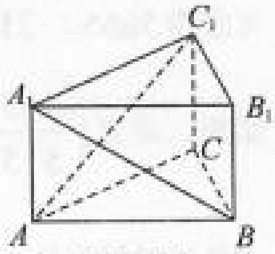
A．2　　　B．4　　　C．6　　　D．$2\sqrt{5}$

7．已知$a,b\in\mathbf{R}$，“$|a|+|b|<1$”是“$\begin{cases}|a+b|<1,\\|a-b|<1.\end{cases}$”的

A．充分不必要条件　　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　　D．既不充分也不必要条件

8．如图，三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的底面是边长为2的正三角形，侧棱$AA_1\perp$底面ABC，且$AA_1=\sqrt{2}$，则异面直线A_1B,AC_1所成的角的大小为



（第8题）

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　　B．$\dfrac{\pi}{4}$　　　C．$\dfrac{\pi}{3}$　　　D．$\dfrac{\pi}{2}$

9．已知双曲线C的离心率$e=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，过焦点F作双曲线C的一条渐近线的垂线，垂足为M，直线MF交另一条渐近线于N，则$\dfrac{|MF|}{|NF|}=$

A．2　　　B．$\dfrac{1}{2}$　　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　　D．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

10．已知数列$\{a_n\}$满足：$a_n>0$，且$a_n^2=2a_{n+1}^2-a_{n+1}\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，下列说法正确的是

A．若$a_1=\dfrac{1}{2}$，则$a_n>a_{n+1}$　　　B．若$a_n<a_{n+1}$，则$a_1>1$

C．$a_1+a_5\le 2a_3$　　　D．$|a_{n+2}-a_{n+1}|\le\dfrac{\sqrt{2}}{2}|a_{n+1}-a_n|$

非选择题部分（共110分）

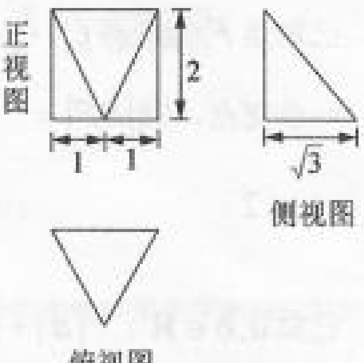
二、填空题：本大题共7小题，多空题每题6分，单空题每题4分，共36分。

11．已知复数z满足$z=(4-\mathrm{i})\mathrm{i}$，其中i为虚数单位，则$z$的实部为__▲__；$|z|=$__▲__.

12．已知定义在$\mathbf{R}$上的奇函数$f(x)$，当$x\in[0,+\infty)$时满足：$f(x)=\begin{cases}x^2,x\in[0,1],\\f(x-1),x\in(1,+\infty).\end{cases}$

则$f(2)=$__▲__；方程$f(x)-\dfrac{x}{2}=0$的解的个数为__▲__.

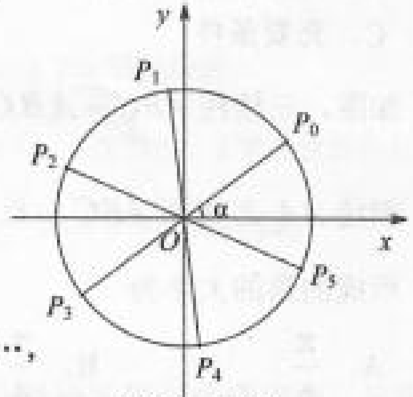
13．一个几何体的三视图如右图所示，则该几何体的体积为＿▲＿．



（第 13 题）

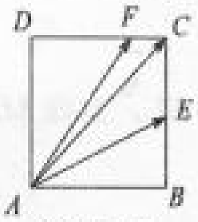
14．在我国东汉的数学专著《九章算术》中记载了计算两个正数的最大公约数的一种方法，叫做“更相减损法”，它类似于古希腊数学家欧几里得提出的“辗转相除法”．比如求273，1313的最大公约数：可先用1313除以273，余数为221（商4）；再用273除以221，余数为52；再用221除以52，余数为13；这时发现13已是52的约数，所以273，1313的最大公约数就是13．运用这种方法，可求得5665，2163的最大公约数为＿▲＿．

15．如图，点 $P_0\left(\dfrac{4}{5},\dfrac{3}{5}\right)$ 为锐角 α 的终边与单位圆的交点，OP_0 逆时针旋转 $\dfrac{\pi}{3}$ 得 OP_1，OP_1 逆时针旋转 $\dfrac{\pi}{3}$ 得 OP_2，…，OP_{n-1} 逆时针旋转 $\dfrac{\pi}{3}$ 得 OP_n，则 $\cos 2\alpha=$＿▲＿；点 P_{2020} 的横坐标为＿▲＿．



（第 15 题图）

16．有2名老师和3名同学，将他们随机地排成一行，用 ξ 表示两名老师之间的学生人数，则 $\xi=1$ 对应的排法有＿▲＿种；$E(\xi)=$＿▲＿．



（第 17 题）

17．如图，已知正方形 $ABCD$，点 E,F 分别为线段 BC,CD 上的动点，且 $|BE|=2|CF|$，设 $\overrightarrow{AC}=x\overrightarrow{AE}+y\overrightarrow{AF}$（$x,y\in\mathbf{R}$），则 $x+y$ 的最大值为＿▲＿．

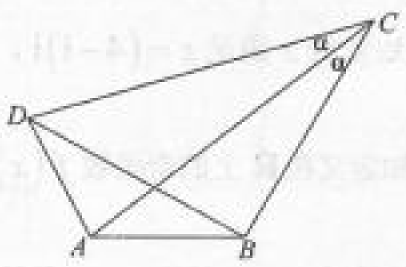
三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18．（本小题满分 14 分）

如图，在四边形 $ABCD$ 中，已知 $AB=3$，$BC=5$，$CD=7$，$\angle ABC=120^\circ$，$\angle ACB=\angle ACD=\alpha$．

（Ⅰ）求 $\sin\alpha$ 的值；

（Ⅱ）求 AD 的长度．



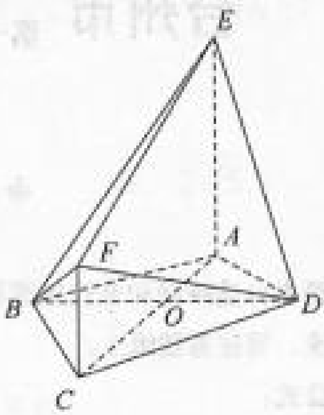
（第18题）

19.（本小题满分 15 分）

如图，七面体 $ABCDEF$ 的底面是凸四边形 $ABCD$，其中 $AB=AD=2$，$\angle BAD=120^\circ$，AC,BD 垂直相交于点 O，$OC=2OA$，棱 AE,CF 均垂直于底面 $ABCD$.

（Ⅰ）证明：直线 DE 与平面 BCF 不平行；

（Ⅱ）若 $CF=1$，求直线 BC 与平面 BFD 所成的角的正弦值.



（第 19 题）

20.（本小题满分 15 分）

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，对于任意正整数 n，$S_n=n^2$. 递增的等比数列 $\{b_n\}$ 满足：$b_1=1$，且 b_1,b_2,b_3-4 成等差数列.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\},\{b_n\}$ 的通项公式；

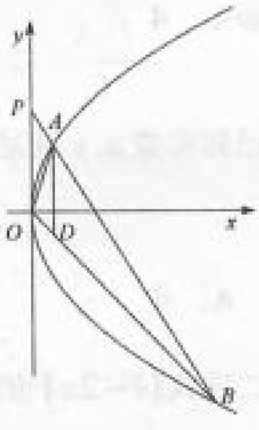
（Ⅱ）求证：$\dfrac{a_2}{b_2-1}+\dfrac{a_3}{b_3-1}+\cdots+\dfrac{a_{n+1}}{b_{n+1}-1}<3$.

21.（本小题满分 15 分）

如图，过点 $P\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 作直线 l 交抛物线 $C:y^2=x$ 于 A,B 两点（点 A 在 P,B 之间），设点 A,B 的纵坐标分别为 y_1,y_2，过点 A 作 x 轴的垂线交直线 OB 于点 D.

（Ⅰ）求证：$\dfrac{1}{y_1}+\dfrac{1}{y_2}=2$；

（Ⅱ）求△OAD 的面积 S 的最大值.



（第 21 题）

22.（本小题满分 15 分）

已知函数 $f(x)=(x+2)\ln(1+x)-ax$.

（Ⅰ）当 $a=0$ 时，求 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程；

（Ⅱ）如果当 $x>0$ 时，$f(x)>0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围；

（Ⅲ）求证：当 $a>2$ 时，函数 $f(x)$ 恰有 3 个零点.