2019届浙江省宁波市镇海中学

高三上学期期中考试数学试题

此卷只装订不密封

班级 姓名 准考证号 考场号 座位号



**数学**

**注意事项：**

1．答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2．选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3．非选择题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4．考试结束后，请将本试题卷和答题卡一并上交。

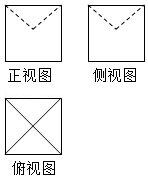
**一、单选题**

1．设全集，集合，则集合

A． B．

C． D．

2．某几何体的三视图如图所示，图中的四边形都是边长为的正方形，两条虚线互相垂直，则该几何体的体积是



A． B． C． D．

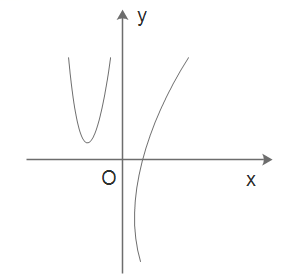
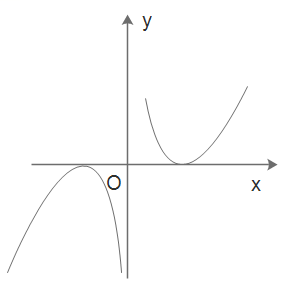
3．记为等差数列的前项和,若, 则

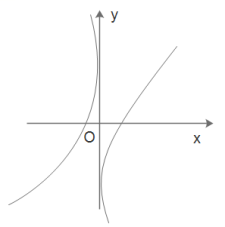
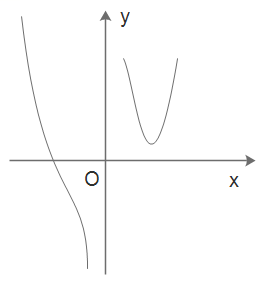
A． B． C． D．

4．4．满足线性约束条件的目标函数的最大值是

A．1 B． C．2 D．3

5．已知函数，则函数的图象为

A． B．

C． D．

6．若、是两个相交平面，则在下列命题中，真命题的序号为

①若直线，则在平面内一定不存在与直线平行的直线．

②若直线，则在平面内一定存在无数条直线与直线垂直．

③若直线，则在平面内不一定存在与直线垂直的直线．

④若直线，则在平面内一定存在与直线垂直的直线．

A．①③ B．②③ C．②④ D．①④

7．已知，那么

A． B． C． D．

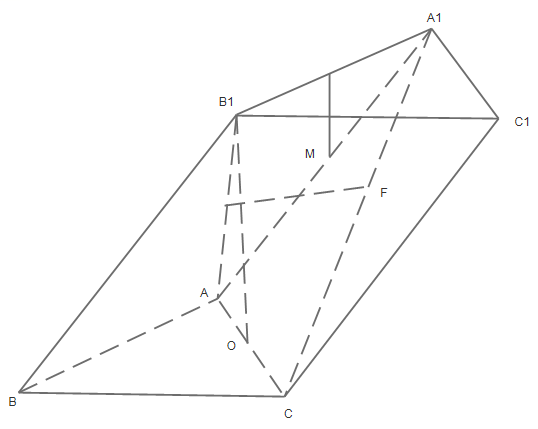
8．已知正项等比数列满足，若存在两项，使得，则的最小值为

A． B． C． D．

9．已知双曲线的左右焦点分别为，为双曲线上一点，为双曲线渐近线上一点，均位于第一象限，且，，则双曲线的离心率为

A． B． C． D．

10．如图，在三棱柱中，底面为边长为的正三角形，在底面的射影为中点且到底面的距离为，已知分别是线段与上的动点，记线段中点的轨迹为，则等于(注：表示的测度，本题中若分别为曲线、平面图形、空间几何体，分别对应为其长度、面积、体积）



A． B． C． D．

**二、填空题**

11．中国古代数学著作《九章算术》中有一个这样的问题：“某贾人擅营，月入益功疾（注：从第2月开始，每月比前一月多入相同量的铜钱，3月入25贯，全年（按12个月计）共入510贯“，则该人每月比前一月多入\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_贯，第12月营收贯数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

12．的最小正周期为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，为了得到函数的图象，可以将函数的图象向左最小移动\_\_\_\_\_\_\_个单位

13．已知直线，其中，若，则=\_\_\_\_\_\_，若，则=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14．已知，且，则的最小值\_\_\_\_\_\_\_\_\_，此时的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

15．已知两不共线的非零向量满足,,则向量与夹角的最大值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

16．已知数列为等差数列，其前项和为，且，给出以下结论：①②最小③④，正确的有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

17．设函数，若存在互不相等的个实数，使得，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**三、解答题**

18．已知函数

（1）求函数图象对称中心的坐标；

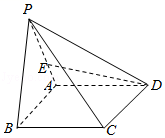
（2）如果的三边满足，且边所对的角为，求的取值范围．

19．已知数列的前项和为，且，

（1）求证：数列为等比数列，并求出数列的通项公式；

（2）是否存在实数，对任意，不等式恒成立？若存在，求出的取值范围，若不存在请说明理由．

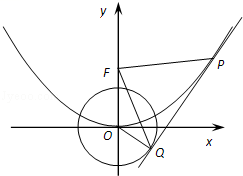
20．如图，四棱锥的底面为平行四边形，平面平面，，点是线段上靠近点的三等分点



（1）求证：

（2）若是边长为的等边三角形，求直线与平面所成角的正弦值

21．如图，为坐标原点，点为抛物线的焦点，且抛物线上点处的切线与圆相切于点



（1）当直线的方程为时，求抛物线的方程；

（2）当正数变化时，记分别为的面积，求的最小值。

22．已知，函数在点处与轴相切

（1）求的值，并求的单调区间；

（2）当时，，求实数的取值范围。

2019届浙江省宁波市镇海中学

高三上学期期中考试数学试题

**数学 答 案**

**参考答案**

1．D

【解析】

【分析】

先根据补集的定义求出集合A的补集，然后和集合B进行交集运算，可求

【详解】

因为A={x|x≥3}，

所以 ={x|x＜3}，

所以（）∩B═{x|0≤x＜3}．

故选：D．

【点睛】

本题的考点是集合的补集和交集运算，比较基础．

2．D

【解析】

【分析】

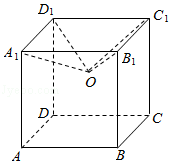
由三视图知原几何体是一个棱长为2的正方体挖去一四棱锥得到的，根据所提供的数据可求出正方体、锥体的体积，从而得到答案．

【详解】

由三视图知原几何体是一个棱长为2的正方体挖去一四棱锥得到的，该四棱锥的底为正方体的上底，高为1，

如图所示：

所以该几何体的体积为23﹣×22×1=．故选：D．



【点睛】

本题考查三视图，考查柱体、锥体的体积计算，解决该类问题的关键是由三视图还原得到原几何体，画三视图的要求为：“长对正，高平齐，宽相等”．

3．B

【解析】

由题意可得：，

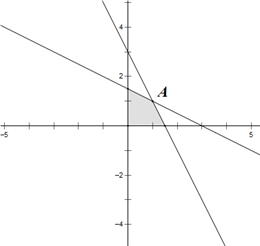
由等差数列的性质可得：，

该数列的公差：，故.

本题选择*B*选项.

4．C

【解析】画出可行域如图阴影部分所示，易得



在处取得最大值

故选C

点睛：本题主要考查线性规划中利用可行域求目标函数的最值，属简单题.求目标函数最值的一般步骤是“一画、二移、三求”：（1）作出可行域（一定要注意是实线还是虚线）；（2）找到目标函数对应的最优解对应点（在可行域内平移变形后的目标函数，最先通过或最后通过的顶点就是最优解）；（3）将最优解坐标代入目标函数求出最值.

5．D

【解析】

【分析】

写出分段函数，分段求导后利用导函数的符号或导函数的零点判断函数f（x）的图象的形状．

【详解】

=，

当x＜0时，=．

令g（x）=2x3﹣1+ln（﹣x），

由，得，

当x∈（﹣∞，）时，g′（x）＞0，当x∈（，0）时，g′（x）＜0．

所以g（x）有极大值为=．

又x2＞0，所以f′（x）的极大值小于0．

所以函数f（x）在（﹣∞，0）上为减函数．

当x＞0时，=．

令h（x）=2x3﹣1+lnx，．

所以h（x）在（0，+∞）上为增函数，而h（1）=1＞0，h（）=﹣．

又x2＞0，所以函数f′（x）在（0，+∞）上有一个零点，则原函数有一个极值点．

综上函数f（x）的图象为D中的形状．故选：D．

【点睛】

函数图象的辨识可从以下方面入手：（1）从函数的定义域，判断图象的左右位置；从函数的值域，判断图象的上下位置；（2）从函数的单调性，判断图象的变化趋势；（3）从函数的奇偶性，判断图象的对称性；（4）从函数的特征点，排除不合要求的图象.

6．C

【解析】

试题分析：对于①，若直线，如果，互相垂直，则在平面内，存在与直线平行的直线，所以①是错误的；对于②，若直线，则直线垂直于平面内的所有直线，则在平面内，一定存在无数条直线与直线垂直，所以②正确；对于③，若直线，则在平面内，一定存在与直线垂直的直线，所以③是错误的；对于④，若直线，则在平面内，一定存在与直线垂直的直线，所以④是正确的．故应选．

考点：1、直线与平面之间的位置关系．

7．A

【解析】分析：先把变形为，而，故可以利用诱导公式和二倍角公式求解.

详解：因为，故

，故选A.

点睛：本题考查诱导公式和两角和差的余弦、正弦公式的逆用，属于基础题.解题中注意根据正弦、余弦前面的系数选择合适的辅助角变形，另外在求值过程中注意寻找已知的角和未知的角之间的联系.

8．B

【解析】

【分析】

设{an}的公比为q（q＞0），由等比数列的通项公式化简a7=a6+2a5，求出q，代入aman=16a12化简得m，n的关系式，由“1”的代换和基本不等式求出式子的范围，验证等号成立的条件，由m、n的值求出式子的最小值．

【详解】

设正项等比数列{an}的公比为q，且q＞0，

由得：q=+，

化简得，q2﹣q﹣2=0，解得q=2或q=﹣1（舍去），

因为aman=16a12，所以=16a12，

则qm+n﹣2=16，解得m+n=6，

所以=（m+n）（）=（10+）≥=，

当且仅当时取等号，此时，解得，

因为m n取整数，所以均值不等式等号条件取不到，则＞，

验证可得，当m=2、n=4时，取最小值为，故选：B．

【点睛】

本题考查等比数列的通项公式，利用“1”的代换和基本不等式求最值问题，考查化简、计算能力，注意等号的成立的条件，属于易错题．

9．C

【解析】分析：设，根据为直角三角形可以得到，再根据得，代入双曲线方程可得到离心率.

详解：设，，

注意到，从而，故即，

故，.

又，解得，代入双曲线方程，则有，

，故选C.

点睛：离心率的计算，关键在合理构建关于的等量关系，本题中的坐标与有关联，这种关联可以通过向量关系式转化到，最后根据在双曲线上可以得到离心率的大小.

10．D

【解析】

【分析】

由题意画出图形，取特殊点得到M的轨迹为平行四边形区域，再建立空间坐标系求出面积即可．

【详解】

当E位于B1（或A），而F在A1C上移动时，M的轨迹为平行于A1C的一条线段，

当F位于A1（或C），而E在AB1上移动时，M的轨迹为平行与AB1的一条线段．

其它情况下，M的轨迹构成图中平行四边形内部区域．

设异面直线AB1与CA1所成角为θ，

∴|L|=2×|AB1|•|CA1|•sinθ=|AB1|•|CA1|•sinθ．

以O为原点，OB、OC、O为x轴，y轴，z轴建立空间坐标系，

则

∴

∴,,

∴|L|=故选：D

【点睛】

本题考查棱柱的结构特征，考查空间想象能力和思维能力，利用特殊点得到M的轨迹是解答该题的关键，是压轴题．

11．5 70

【解析】

【分析】

设每个月的收入为等差数列{an}．公差为d．可得a3=25，S12=510．利用等差数列的通项公式与求和公式即可得出．

【详解】

设每个月的收入为等差数列{an}．公差为d．

则a3=25，S12=510．

∴a1+2d=25，12a1+d=510，

解得a1=15，d=5，

∴ a1+11d=15+55=70

故答案为：5,70

【点睛】

本题考查了等差数列的通项公式与求和公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

12．

【解析】

【分析】

利用正弦型周期公式得到最小周期性，先根据诱导公式进行化简y=cos2x为正弦函数的类型，再由左加右减上加下减的原则可确定平移的方案．

【详解】

的最小正周期为，

由题意y=cos2x=sin（2x+），

函数y=sin（2x+）的图象经过向左平移，得到函数y=sin[2（x+ ）+]==的图象，故答案为：π，．

【点睛】

本题主要考查三角函数的平移．三角函数的平移原则为左加右减上加下减，注意x的系数的应用，以及诱导公式的应用．

13．0或 2或-1

【解析】

【分析】

根据直线垂直的等价条件进行求解即可，根据直线的平行关系求出a的值.

【详解】

∵l1⊥l2，∴a+a（a+2）=0，

即a（a+3）=0，解得a=0或a=﹣3，

∵l1∥l2，

∴a2﹣a﹣2=0，解得：a=2或a=﹣1，

经检验均适合题意，

故答案为：0或 ，2或-1

【点睛】

两直线位置关系的判断： 和的平行和垂直的条件属于常考题型，如果只从斜率角度考虑很容易出错，属于易错题题型，应熟记结论：

垂直： ；

平行： ，同时还需要保证两条直线不能重合，需要检验.

14．

【解析】

【分析】

利用均值不等式可得，即从而得到的最小值及相应的x值.

【详解】

∵，∴，当且仅当2x=y时，等号成立，

又，∴，

∴，即的最小值

由，解得：

故答案为：，

【点睛】

本题考查基本不等式以及一元二次不等式的解法，属中档题．

15．

【解析】

【分析】

设向量夹角为，由余弦定理求得，再利用基本不等式求得取得最小值，即可求得的最大值，得到结果.

【详解】

因为两非零向量满足,,设向量夹角为，

由于非零向量以及构成一个三角形，设，

则由余弦定理可得，

解得，当且仅当时，取得最小值，

所以的最大值是，故答案是.

【点睛】

该题考查的是有关向量夹角的大小问题，在解题的过程中，涉及到的知识点有余弦定理，基本不等式，注意当什么情况下取得最值，再者就是需要明确角取最大值的时候其余弦值最小.

16．①③④

【解析】

【分析】

先求出a1=﹣9d，再表示出求和公式，即可判断．

【详解】

设等差数列{an}的公差为d，∵2a1+3a3=S6，∴5a1+6d=6a1+15d，

化为：a1+9d=0，即a10=0，

给出下列结论：①a10=0，正确；

②S10=10a1+=﹣45d，可能大于0，也可能小于0，因此不正确；

③S12﹣S7=12a1+d﹣7a1﹣d=5a1+45d=5（a1+9d）=0，正确．

④S19==19a10=0，正确；

其中正确结论的个数是①③④．

故答案为：①③④

【点睛】

本题考查了等差数列的通项公式与求和公式及其性质，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

17．

【解析】

【分析】

由题意可得f（x）=7x有4个不同实根，讨论x≤1时，x＞1时，由解方程和运用导数判断单调性和极值、最值，解不等式即可得到所求范围．

【详解】

由====7，

可得f（x）=7x有4个不同实根，

当x≤1时，f（x）=|12x﹣4|+1=7x，解得x=或x=，

故当x＞1时，f（x）=7x有2个不同实根，

设g（x）=f（x）﹣7x=x（x﹣2）2﹣7x+a（x＞1），

g′（x）=（3x+1）（x﹣3），

当1＜x＜3时，g′（x）＜0，g（x）递减；

当x＞3时，g′（x）＞0，g（x）递增．

则g（x）min=g（3）=a﹣18，又g（1）=a﹣6，

由a﹣18＜0，且a﹣6＞0，

解得6＜a＜18．

故答案为：．

【点睛】

本题考查函数和方程的转化思想，考查分类讨论思想方法，以及导数的运用：求单调区间和极值、最值，考查运算能力，属于中档题．

18．（1）对称中心 （2）

【解析】

【分析】

（1）运用二倍角公式和两角和的正弦公式，由正弦函数的对称中心，解方程可得所求；

（2）运用三角形的余弦定理和基本不等式，可得≤cosB＜1，即有0＜B≤，运用正弦函数的图象和性质，即可得到所求范围．

【详解】

（1）．

=，

=sin（）+，

令（k∈Z），

解得：x=（k∈Z），

所以函数的图象的对称中心为：．

（2）由于b2=ac，

所以：cosB=，

则：0．

所以：，

则：，

所以：．

则：f（B）的取值范围为：（]．

【点睛】

本题考查三角函数的恒等变换的运用，考查正弦函数的图象和性质，同时考查解三角形的余弦定理和基本不等式的运用．

19．（1）证明略； （2）

【解析】

【分析】

（1）直接利用递推关系式求出数列的通项公式，进一步证明数列为等比数列；

（2）利用（1）的结论，进一步利用分组法和恒成立问题求出实数λ的取值范围．

【详解】

证明：（1）已知数列{an}的前n项和为Sn，且，①

当n=1时，，

则：当n≥2时，，②

①﹣②得：an=2an﹣2an﹣1﹣+，

整理得：，

所以：，

故：（常数），

故：数列{an}是以为首项，2为公比的等比数列．

故：，

所以：．

由于：，

所以：（常数）．

故：数列{bn}为等比数列．

（2）由（1）得：，

所以：+（），

=，

=，

假设存在实数λ，对任意m，n∈N\*，不等式恒成立，

即：，

由于：，

故当m=1时，，

所以：，

当n=1时，．

故存在实数λ，且．

【点睛】

本题考查的知识要点：数列的通项公式的求法及应用，分组法在数列求和中的应用，主要考查学生的运算能力和转化能力，属于中档题．

20．（Ⅰ）见解析;（Ⅱ）.

【解析】

试题分析：（Ⅰ）由平面面 面 再证

面 ；（Ⅱ）建立空间坐标系， 求得面 的法向量为.

试题解析：

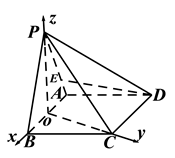
（Ⅰ）作于……①,连接，

∵平面平面，且 ，∴面.

∵，∴,∴，

又∵，∴……②

又,由①②，得面，又面，∴.



（Ⅱ）∵是边长为的等边三角形，

∴如图建立空间坐标系，

设面的法向量为，

，令，得

，

，设与面所成角为

∴直线与平面所成角的正弦值.

21．（1）x2=4y．（2）.

【解析】

试题解析：（Ⅰ）设点P（x0，），由x2=2py（p＞0）得，y=，求导y′=，

因为直线PQ的斜率为1，所以=1且x0--√2=0，解得p=2，

所以抛物线C1的方程为x2=4y．

（Ⅱ）因为点P处的切线方程为：y-=（x-x0），即2x0x-2py-x02=0，

∴ OQ的方程为y=-x

根据切线与圆切，得d=r，即，化简得x04=4x02+4p2，

由方程组，解得Q（，），

所以|PQ|=√1+k2|xP-xQ|=

点F（0，）到切线PQ的距离是d=，

所以S1= =，

S2=，

而由x04=4x02+4p2知，4p2=x04-4x02＞0，得|x0|＞2，

所以

=

=+3≥2+3，当且仅当时取“=”号，

即x02=4+2，此时，p=．

所以的最小值为2+3．

考点：求抛物线的方程，与抛物线有关的最值问题.

22．（1）见解析（2）

【解析】

【分析】

（1）求出函数的导数，利用已知条件列出方程，求出，判断导函数的符号，然后求解单调区间．  
（2）令，．求出，令，求出导数，通过（i）若，（ii）若，判断函数的单调性求解最值，然后求解的取值范围．

【详解】

（Ⅰ）函数在点处与轴相切．，

依题意，解得，所以．

当时，；当时，．

故的单调递减区间为，单调递增区间为．

（2）令，．则，

令，则，

（ⅰ）若，因为当时，，，所以，

所以即在上单调递增．又因为，

所以当时，，从而在上单调递增，

而，所以，即成立．

（ⅱ）若，可得在上单调递增．

因为，，所以存在，使得，且当时，，所以即在上单调递减，

又因为，所以当时，，从而在上单调递减，

而，所以当时，，即不成立．

综上所述，的取值范围是．

【点睛】

本题考查函数的导数的应用，函数的单调性、切线方程函数的最值的求法，考查分析问题解决问题的能力．属难题.