2019届浙江省宁波市镇海中学

高三上学期期中考试数学试题

此卷只装订不密封

班级 姓名 准考证号 考场号 座位号

**数学**

**注意事项：**

1．答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2．选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3．非选择题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4．考试结束后，请将本试题卷和答题卡一并上交。

**一、单选题**

1．设全集$U=R$，集合$A=\left\{x|x\geq 3\right\},B=\left\{x|x\leq 0<5\right\}$，则集合$\left(C\_{U}A\right)∩B=$

A．$\left\{x|0\leq x\leq 3\right\}$ B．$\left\{x|0<x<3\right\}$

C．$\left\{x|0<x\leq 3\right\}$ D．$\left\{x|0\leq x<3\right\}$

2．某几何体的三视图如图所示，图中的四边形都是边长为$2$的正方形，两条虚线互相垂直，则该几何体的体积是



A．$8-\frac{π}{3}$ B．$\frac{16}{3}$ C．$8-\frac{π}{6}$ D．$\frac{20}{3}$

3．记$S\_{n}$为等差数列$\left\{a\_{n}\right\}$的前$n$项和,若$S\_{9}=45,a\_{3}+a\_{8}=12$, 则$a\_{7}=$

A．$10$ B．$9$ C．$8$ D．$7$

4．4．满足线性约束条件的目标函数的最大值是

A．1 B． C．2 D．3

5．已知函数$f\left(x\right)=x^{2}-\frac{In|x|}{x}$，则函数$f\left(x\right)$的图象为

A． B．

C． D．

6．若$α$、$β$是两个相交平面，则在下列命题中，真命题的序号为

①若直线$m⊥α$，则在平面$β$内一定不存在与直线$m$平行的直线．

②若直线$m⊥α$，则在平面$β$内一定存在无数条直线与直线$m$垂直．

③若直线$m⊂α$，则在平面$β$内不一定存在与直线$m$垂直的直线．

④若直线$m⊂α$，则在平面$β$内一定存在与直线$m$垂直的直线．

A．①③ B．②③ C．②④ D．①④

7．已知$sin\left(\frac{π}{6}-α\right)=\frac{\sqrt{2}}{3}$，那么$cos2α+\sqrt{3}sin2α=$

A．$\frac{10}{9}$ B．$-\frac{10}{9}$ C．$-\frac{5}{9}$ D．$\frac{5}{9}$

8．已知正项等比数列$\left\{a\_{n}\right\}$满足$a\_{7}=a\_{6}+2a\_{5}$，若存在两项$a\_{m},a\_{n}$，使得$a\_{m}⋅a\_{n}=16a\_{1}^{2}$，则$\frac{1}{m}+\frac{9}{n}$的最小值为

A．$\frac{3}{2}$ B．$\frac{11}{4}$ C．$\frac{8}{3}$ D．$\frac{10}{3}$

9．已知双曲线$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}-\frac{y^{2}}{b^{2}}=1\left(a>0,b>0\right)$的左右焦点分别为$F\_{1},F\_{2}$，$P$为双曲线$C$上一点，$Q$为双曲线$C$渐近线上一点，$P,Q$均位于第一象限，且$2\rightharpoonaccent{QP}=\rightharpoonaccent{PF\_{2}}$，$\rightharpoonaccent{QF\_{1}}⋅\rightharpoonaccent{QF\_{2}}=0$，则双曲线$C$的离心率为

A．$\sqrt{3}-1$ B．$\sqrt{3}+1$ C．$\sqrt{13}-2$ D．$\sqrt{13}+2$

10．如图，在三棱柱$ABC-A\_{1}B\_{1}C\_{1}$中，底面为边长为$2$的正三角形，$B\_{1}$在底面的射影为$AC$中点且$B\_{1}$到底面的距离为$\sqrt{3}$，已知$E,F$分别是线段$AB\_{1}$与$CA\_{1}$上的动点，记线段$EF$中点$M$的轨迹为$L$，则$\left|L\right|$等于(注：$\left|L\right|$表示$L$的测度，本题中$L$若分别为曲线、平面图形、空间几何体，分别对应为其长度、面积、体积）



A．$1$ B．$\frac{\sqrt{10}}{2}$ C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$ D．$\frac{\sqrt{39}}{4}$

**二、填空题**

11．中国古代数学著作《九章算术》中有一个这样的问题：“某贾人擅营，月入益功疾（注：从第2月开始，每月比前一月多入相同量的铜钱，3月入25贯，全年（按12个月计）共入510贯“，则该人每月比前一月多入\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_贯，第12月营收贯数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

12．$y=sin\left(2x+\frac{π}{6}\right)$的最小正周期为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，为了得到函数$y=sin\left(2x+\frac{π}{6}\right)$的图象，可以将函数$y=cos2x$的图象向左最小移动\_\_\_\_\_\_\_个单位

13．已知直线$l\_{1}:ax+\left(a+2\right)y+1=0,l\_{2}:x+ay+2=0$，其中$a\in R$，若$l\_{1}⊥l\_{2}$，则$a$=\_\_\_\_\_\_，若$l\_{1}//l\_{2}$，则$a$=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14．已知$x,y\in R$，且$4x^{2}+y^{2}+xy=1$，则$4x^{2}+y^{2}$的最小值\_\_\_\_\_\_\_\_\_，此时$x$的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

15．已知两不共线的非零向量$\rightharpoonaccent{a},\rightharpoonaccent{b}$满足$\left|\rightharpoonaccent{a}\right|=2$,$\left|\rightharpoonaccent{a}-\rightharpoonaccent{b}\right|=1$,则向量$\rightharpoonaccent{a}$与$\rightharpoonaccent{b}$夹角的最大值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

16．已知数列$\left\{a\_{n}\right\}$为等差数列，其前$n$项和为$S\_{n}$，且$2a\_{1}+3a\_{3}=S\_{6}$，给出以下结论：①$a\_{10}=0$②$S\_{10}$最小③$S\_{7}=S\_{12}$④$S\_{19}=0$，正确的有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

17．设函数$f\left(x\right)=\left\{\begin{array}{c}|12x-4|+1,x\leq 1\\x\left(x-2\right)^{2}+a,x>1\end{array}\right $，若存在互不相等的$4$个实数$x\_{1},x\_{2},x\_{3},x\_{4}$，使得$\frac{f\left(x\_{1}\right)}{x\_{1}}=\frac{f\left(x\_{2}\right)}{x\_{2}}=\frac{f\left(x\_{3}\right)}{x\_{3}}=\frac{f\left(x\_{4}\right)}{x\_{4}}=7$，则$a$的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**三、解答题**

18．已知函数$f\left(x\right)=sin\frac{x}{3}cos\frac{x}{3}+\sqrt{3}cos^{2}\frac{x}{3}$

（1）求函数$f\left(x\right)$图象对称中心的坐标；

（2）如果$ΔABC$的三边$a,b,c$满足$b^{2}=ac$，且边$b$所对的角为$B$，求$f\left(B\right)$的取值范围．

19．已知数列$\left\{a\_{n}\right\}$的前$n$项和为$S\_{n}$，且$S\_{n}=2a\_{n}-\frac{3}{2^{n}},n\in N^{\*}$，$b\_{n}=a\_{n}-\frac{1}{2^{n}}$

（1）求证：数列$\left\{b\_{n}\right\}$为等比数列，并求出数列$\left\{a\_{n}\right\}$的通项公式；

（2）是否存在实数$λ$，对任意$m,n\in N^{\*}$，不等式$S\_{m}>\frac{λ}{b\_{n}}$恒成立？若存在，求出$λ$的取值范围，若不存在请说明理由．

20．如图，四棱锥$P-ABCD$的底面$ABCD$为平行四边形，平面$PAB⊥$平面$ABCD$，$PB=PC,∠ABC=45^{°}$，点$E$是线段$PA$上靠近点$A$的三等分点



（1）求证：$AB⊥PC$

（2）若$ΔPAB$是边长为$2$的等边三角形，求直线$DE$与平面$PBC$所成角的正弦值

21．如图，$O$为坐标原点，点$F$为抛物线$C\_{1}:x^{2}=2py\left(p>0\right)$的焦点，且抛物线$C\_{1}$上点$P$处的切线与圆$C\_{2}:x^{2}+y^{2}=1$相切于点$Q$



（1）当直线$PQ$的方程为$x-y-\sqrt{2}=0$时，求抛物线$C\_{1}$的方程；

（2）当正数$p$变化时，记$S\_{1},S\_{2}$分别为$ΔFPQ,ΔFOQ$的面积，求$\frac{S\_{1}}{S\_{2}}$的最小值。

22．已知$a\in R$，函数$f\left(x\right)=e^{x-1}-ax$在点$\left(1,1-a\right)$处与$x$轴相切

（1）求$a$的值，并求$f\left(x\right)$的单调区间；

（2）当$x>1$时，$f\left(x\right)>m\left(x-1\right)Inx$，求实数$m$的取值范围。

2019届浙江省宁波市镇海中学

高三上学期期中考试数学试题

**数学 答 案**

**参考答案**

1．D

【解析】

【分析】

先根据补集的定义求出集合A的补集$C\_{U}A$，然后和集合B进行交集运算，可求$\left(C\_{U}A\right)∩B$

【详解】

因为A={x|x≥3}，

所以$C\_{U}A$ ={x|x＜3}，

所以（$C\_{U}A$）∩B═{x|0≤x＜3}．

故选：D．

【点睛】

本题的考点是集合的补集和交集运算，比较基础．

2．D

【解析】

【分析】

由三视图知原几何体是一个棱长为2的正方体挖去一四棱锥得到的，根据所提供的数据可求出正方体、锥体的体积，从而得到答案．

【详解】

由三视图知原几何体是一个棱长为2的正方体挖去一四棱锥得到的，该四棱锥的底为正方体的上底，高为1，

如图所示：

所以该几何体的体积为23﹣$\frac{1}{3}$×22×1=$\frac{20}{3}$．故选：D．



【点睛】

本题考查三视图，考查柱体、锥体的体积计算，解决该类问题的关键是由三视图还原得到原几何体，画三视图的要求为：“长对正，高平齐，宽相等”．

3．B

【解析】

由题意可得：$S\_{9}=9a\_{5}=45,∴a\_{5}=5$，

由等差数列的性质可得：$a\_{3}+a\_{8}=a\_{5}+a\_{6}=5+a\_{6}=12,∴a\_{6}=7$，

该数列的公差：$d=a\_{6}-a\_{5}=2$，故$a\_{7}=a\_{6}+d=7+2=9$.

本题选择*B*选项.

4．C

【解析】画出可行域如图阴影部分所示，易得



在处取得最大值

故选C

点睛：本题主要考查线性规划中利用可行域求目标函数的最值，属简单题.求目标函数最值的一般步骤是“一画、二移、三求”：（1）作出可行域（一定要注意是实线还是虚线）；（2）找到目标函数对应的最优解对应点（在可行域内平移变形后的目标函数，最先通过或最后通过的顶点就是最优解）；（3）将最优解坐标代入目标函数求出最值.

5．D

【解析】

【分析】

写出分段函数，分段求导后利用导函数的符号或导函数的零点判断函数f（x）的图象的形状．

【详解】

$f(x)=x^{2}-\frac{ln|x|}{x}$=$\left\{\begin{array}{c}x^{2}-\frac{lnx}{x}，x＞0\\x^{2}-\frac{ln(-x)}{x}，x＜0\end{array}\right $，

当x＜0时，$f^{'}(x)=2x-\frac{1-ln(-x)}{x^{2}}$=$\frac{2x^{3}-1+ln(-x)}{x^{2}}$．

令g（x）=2x3﹣1+ln（﹣x），

由$g^{'}(x)=6x^{2}+\frac{1}{x}=\frac{6x^{3}+1}{x}=0$，得$x=-\sqrt[3]{\frac{1}{6}}$，

当x∈（﹣∞，$-\sqrt[3]{\frac{1}{6}}$）时，g′（x）＞0，当x∈（$-\sqrt[3]{\frac{1}{6}}$，0）时，g′（x）＜0．

所以g（x）有极大值为$g(-\sqrt[3]{\frac{1}{6}})=2×(-\sqrt[3]{\frac{1}{6}})^{3}-1+ln\sqrt[3]{\frac{1}{6}}$=$-\frac{4}{3}-\frac{1}{3}ln6＜0$．

又x2＞0，所以f′（x）的极大值小于0．

所以函数f（x）在（﹣∞，0）上为减函数．

当x＞0时，$f^{'}(x)=2x-\frac{1-lnx}{x^{2}}$=$\frac{2x^{3}-1+lnx}{x^{2}}$．

令h（x）=2x3﹣1+lnx，$h^{'}(x)=6x^{2}+\frac{1}{x}＞0$．

所以h（x）在（0，+∞）上为增函数，而h（1）=1＞0，h（$\frac{1}{2}$）=﹣$\frac{3}{4}-ln2＜0$．

又x2＞0，所以函数f′（x）在（0，+∞）上有一个零点，则原函数有一个极值点．

综上函数f（x）的图象为D中的形状．故选：D．

【点睛】

函数图象的辨识可从以下方面入手：（1）从函数的定义域，判断图象的左右位置；从函数的值域，判断图象的上下位置；（2）从函数的单调性，判断图象的变化趋势；（3）从函数的奇偶性，判断图象的对称性；（4）从函数的特征点，排除不合要求的图象.

6．C

【解析】

试题分析：对于①，若直线$m⊥α$，如果$α$，$β$互相垂直，则在平面$β$内，存在与直线$m$平行的直线，所以①是错误的；对于②，若直线$m⊥α$，则直线$m$垂直于平面$α$内的所有直线，则在平面$β$内，一定存在无数条直线与直线$m$垂直，所以②正确；对于③，若直线$m⊂α$，则在平面$β$内，一定存在与直线$m$垂直的直线，所以③是错误的；对于④，若直线$m⊂α$，则在平面$β$内，一定存在与直线$m$垂直的直线，所以④是正确的．故应选$C$．

考点：1、直线与平面之间的位置关系．

7．A

【解析】分析：先把$cos2α+\sqrt{3}sin2α$变形为$2sin\left(2α+\frac{π}{6}\right)$，而$2α+\frac{π}{6}=\frac{π}{2}-2\left(\frac{π}{6}-α\right)$，故可以利用诱导公式和二倍角公式求解.

详解：因为$cos2α+\sqrt{3}sin2α=2sin\left(2α+\frac{π}{6}\right)$，故

$$cos2α+\sqrt{3}sin2α=2sin\left[\frac{π}{2}-2\left(\frac{π}{6}-α\right)\right]=2cos\left[2\left(\frac{π}{6}-α\right)\right]$$

$=2-4sin^{2}\left(\frac{π}{6}-α\right)=\frac{10}{9}$，故选A.

点睛：本题考查诱导公式和两角和差的余弦、正弦公式的逆用，属于基础题.解题中注意根据正弦、余弦前面的系数选择合适的辅助角变形，另外在求值过程中注意寻找已知的角和未知的角之间的联系.

8．B

【解析】

【分析】

设{an}的公比为q（q＞0），由等比数列的通项公式化简a7=a6+2a5，求出q，代入aman=16a12化简得m，n的关系式，由“1”的代换和基本不等式求出式子的范围，验证等号成立的条件，由m、n的值求出式子的最小值．

【详解】

设正项等比数列{an}的公比为q，且q＞0，

由$a\_{7}=a\_{6}+2a\_{5}$得：$a\_{6}$q=$a\_{6}$+$\frac{2a\_{6}}{q}$，

化简得，q2﹣q﹣2=0，解得q=2或q=﹣1（舍去），

因为aman=16a12，所以$(a\_{1}q^{m-1})(a\_{1}q^{n-1})$=16a12，

则qm+n﹣2=16，解得m+n=6，

所以$\frac{1}{m}+\frac{9}{n}$=$\frac{1}{6}$（m+n）（$\frac{1}{m}+\frac{9}{n}$）=$\frac{1}{6}$（10+$\frac{n}{m}+\frac{9m}{n}$）≥$\frac{1}{6}(10+2\sqrt{\frac{n}{m}⋅\frac{9m}{n}})$=$\frac{8}{3}$，

当且仅当$\frac{n}{m}=\frac{9m}{n}$时取等号，此时$\left\{\begin{array}{c}\frac{n}{m}=\frac{9m}{n}\\m+n=6\end{array}\right $，解得$\left\{\begin{array}{c}m=\frac{3}{2}\\n=\frac{9}{2}\end{array}\right $，

因为m n取整数，所以均值不等式等号条件取不到，则$\frac{1}{m}+\frac{9}{n}$＞$\frac{8}{3}$，

验证可得，当m=2、n=4时，$\frac{1}{m}+\frac{9}{n}$取最小值为$\frac{11}{4}$，故选：B．

【点睛】

本题考查等比数列的通项公式，利用“1”的代换和基本不等式求最值问题，考查化简、计算能力，注意等号的成立的条件，属于易错题．

9．C

【解析】分析：设$Q\left(at,bt\right)\left(t>0\right)$，根据$ΔF\_{1}QF\_{2}$为直角三角形可以得到$t=1$，再根据$2\rightharpoonaccent{QP}=\rightharpoonaccent{PF\_{2}}$得$\left\{\begin{array}{c}m=\frac{c+2a}{3}\\m=\frac{2b}{3}\end{array}\right $，代入双曲线方程可得到离心率.

详解：设$Q\left(at,bt\right)\left(t>0\right)$，$P\left(m,n\right)$，

注意到$∠F\_{1}QF\_{2}=90°$，从而$OQ=c$，故$b^{2}t^{2}+a^{2}t^{2}=c^{2}$即$t=1$，

故$\rightharpoonaccent{QP}=\left(m-a,n-b\right)$，$\rightharpoonaccent{PF\_{2}}=\left(c-m,-n\right)$.

又$\left\{\begin{array}{c}2m-2a=c-m\\2n-2b=-n\end{array}\right $，解得$\left\{\begin{array}{c}m=\frac{c+2a}{3}\\m=\frac{2b}{3}\end{array}\right $，代入双曲线方程，则有$\frac{\left(c+2a\right)^{2}}{9a^{2}}-\frac{4b^{2}}{9b^{2}}=1$，

$\frac{c}{a}=\sqrt{13}-2$，故选C.

点睛：离心率的计算，关键在合理构建关于$a,b,c$的等量关系，本题中$Q$的坐标与$a,b,c$有关联，这种关联可以通过向量关系式转化到$P$，最后根据$P$在双曲线上可以得到离心率的大小.

10．D

【解析】

【分析】

由题意画出图形，取特殊点得到M的轨迹为平行四边形区域，再建立空间坐标系求出面积即可．

【详解】

当E位于B1（或A），而F在A1C上移动时，M的轨迹为平行于A1C的一条线段，

当F位于A1（或C），而E在AB1上移动时，M的轨迹为平行与AB1的一条线段．

其它情况下，M的轨迹构成图中平行四边形内部区域．

设异面直线AB1与CA1所成角为θ，

∴|L|=2×$\frac{1}{2}$|$\frac{1}{2}$AB1|•|$\frac{1}{2}$CA1|•sinθ=$\frac{1}{4}$|AB1|•|CA1|•sinθ．

以O为原点，OB、OC、O$B\_{1}$为x轴，y轴，z轴建立空间坐标系，

则$A\left(0，-1,0\right)，C\left(0,1,0\right)，B\_{1}\left(0,0,\sqrt{3}\right),A\_{1}\left(-\sqrt{3},-1,\sqrt{3}\right)$

∴$\vec{AB\_{1}}=\left(0,1，\sqrt{3}\right)，\vec{A\_{1}C}=\left(\sqrt{3}，2，-\sqrt{3}\right)$

∴$\left|\vec{AB\_{1}}\right|=2，\left|\vec{A\_{1}C}\right|=\sqrt{10}$,$cosθ=\frac{\vec{AB\_{1}}∙\vec{A\_{1}C}}{\left|\vec{AB\_{1}}\right|∙\left|\vec{A\_{1}C}\right|}=\frac{\sqrt{10}}{20}$,$sinθ=\frac{\sqrt{390}}{20}$

∴|L|=$\frac{1}{4}×2×\sqrt{10}×\frac{\sqrt{390}}{20}=\frac{\sqrt{39}}{4}$故选：D

【点睛】

本题考查棱柱的结构特征，考查空间想象能力和思维能力，利用特殊点得到M的轨迹是解答该题的关键，是压轴题．

11．5 70

【解析】

【分析】

设每个月的收入为等差数列{an}．公差为d．可得a3=25，S12=510．利用等差数列的通项公式与求和公式即可得出．

【详解】

设每个月的收入为等差数列{an}．公差为d．

则a3=25，S12=510．

∴a1+2d=25，12a1+$\frac{12×11}{2}$d=510，

解得a1=15，d=5，

∴$a\_{12}=$ a1+11d=15+55=70

故答案为：5,70

【点睛】

本题考查了等差数列的通项公式与求和公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

12．$π$ $\frac{5}{6}π$

【解析】

【分析】

利用正弦型周期公式得到最小周期性，先根据诱导公式进行化简y=cos2x为正弦函数的类型，再由左加右减上加下减的原则可确定平移的方案．

【详解】

$y=sin\left(2x+\frac{π}{6}\right)$的最小正周期为$\frac{2π}{2}=π$，

由题意y=cos2x=sin（2x+$\frac{π}{2}$），

函数y=sin（2x+$\frac{π}{2}$）的图象经过向左平移$\frac{5}{6}π$，得到函数y=sin[2（x+$\frac{5}{6}π$ ）+$\frac{π}{2}$]=$sin(2x+\frac{13π}{6})$=$sin\left(2x+\frac{π}{6}\right)$的图象，故答案为：π，$\frac{5}{6}π$．

【点睛】

本题主要考查三角函数的平移．三角函数的平移原则为左加右减上加下减，注意x的系数的应用，以及诱导公式的应用．

13．0或$-3$ 2或-1

【解析】

【分析】

根据直线垂直的等价条件进行求解即可，根据直线的平行关系求出a的值.

【详解】

∵l1⊥l2，∴a+a（a+2）=0，

即a（a+3）=0，解得a=0或a=﹣3，

∵l1∥l2，

∴a2﹣a﹣2=0，解得：a=2或a=﹣1，

经检验均适合题意，

故答案为：0或$-3$ ，2或-1

【点睛】

两直线位置关系的判断： $l\_{1}:A\_{1}x+B\_{1}y+C\_{1}=0$和$l\_{2}:A\_{2}x+B\_{2}y+C\_{2}=0$的平行和垂直的条件属于常考题型，如果只从斜率角度考虑很容易出错，属于易错题题型，应熟记结论：

垂直： $A\_{1}A\_{2}+B\_{1}B\_{2}=0$；

平行： $A\_{1}B\_{2}=A\_{2}B\_{1}$，同时还需要保证两条直线不能重合，需要检验.

14．$\frac{4}{5}$ $\pm \frac{\sqrt{10}}{10}$

【解析】

【分析】

利用均值不等式可得$4x^{2}+y^{2}\geq 2∙2x∙y=4xy$，即$1=4x^{2}+y^{2}+xy\leq 4x^{2}+y^{2}+\frac{4x^{2}+y^{2}}{4}$从而得到$4x^{2}+y^{2}$的最小值及相应的x值.

【详解】

∵$4x^{2}+y^{2}\geq 2∙2x∙y=4xy$，∴$xy\leq \frac{4x^{2}+y^{2}}{4}$，当且仅当2x=y时，等号成立，

又$1=4x^{2}+y^{2}+xy$，∴$1=4x^{2}+y^{2}+xy\leq 4x^{2}+y^{2}+\frac{4x^{2}+y^{2}}{4}$，

∴$4x^{2}+y^{2}\geq \frac{4}{5}$，即$4x^{2}+y^{2}$的最小值$\frac{4}{5}$

由$\left\{\begin{array}{c}2x=y\\4x^{2}+y^{2}+xy=1\end{array}\right $，解得：$x=\pm \frac{\sqrt{10}}{10}$

故答案为：$\frac{4}{5}$，$\pm \frac{\sqrt{10}}{10}$

【点睛】

本题考查基本不等式以及一元二次不等式的解法，属中档题．

15．$\frac{π}{6}$

【解析】

【分析】

设向量$\rightharpoonaccent{a},\rightharpoonaccent{b}$夹角为$θ$，由余弦定理求得$cosθ=\frac{x^{2}+3}{4x}$，再利用基本不等式求得$cosθ$取得最小值，即可求得$θ$的最大值，得到结果.

【详解】

因为两非零向量$\rightharpoonaccent{a},\rightharpoonaccent{b}$满足$\left|\rightharpoonaccent{a}\right|=2$,$\left|\rightharpoonaccent{a}-\rightharpoonaccent{b}\right|=1$,设向量$\rightharpoonaccent{a},\rightharpoonaccent{b}$夹角为$θ$，

由于非零向量$\rightharpoonaccent{a},\rightharpoonaccent{b}$以及$\rightharpoonaccent{a}-\rightharpoonaccent{b}$构成一个三角形，设$\left|\rightharpoonaccent{b}\right|=x$，

则由余弦定理可得$1=4+x^{2}-4xcosθ$，

解得$cosθ=\frac{x^{2}+3}{4x}=\frac{x+\frac{3}{x}}{4}\geq \frac{\sqrt{3}}{2}$，当且仅当$x=\sqrt{3}$时，$cosθ$取得最小值$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

所以$θ$的最大值是$\frac{π}{6}$，故答案是$\frac{π}{6}$.

【点睛】

该题考查的是有关向量夹角的大小问题，在解题的过程中，涉及到的知识点有余弦定理，基本不等式，注意当什么情况下取得最值，再者就是需要明确角取最大值的时候其余弦值最小.

16．①③④

【解析】

【分析】

先求出a1=﹣9d，再表示出求和公式，即可判断．

【详解】

设等差数列{an}的公差为d，∵2a1+3a3=S6，∴5a1+6d=6a1+15d，

化为：a1+9d=0，即a10=0，

给出下列结论：①a10=0，正确；

②S10=10a1+$\frac{10(10-1)d}{2}$=﹣45d，可能大于0，也可能小于0，因此不正确；

③S12﹣S7=12a1+$\frac{12×11}{2}$d﹣7a1﹣$\frac{7×6}{2}$d=5a1+45d=5（a1+9d）=0，正确．

④S19=$\frac{19(a\_{1}+a\_{19})}{2}$=19a10=0，正确；

其中正确结论的个数是①③④．

故答案为：①③④

【点睛】

本题考查了等差数列的通项公式与求和公式及其性质，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

17．$(6,18)$

【解析】

【分析】

由题意可得f（x）=7x有4个不同实根，讨论x≤1时，x＞1时，由解方程和运用导数判断单调性和极值、最值，解不等式即可得到所求范围．

【详解】

由$\frac{f(x\_{1})}{x\_{1}}$=$\frac{f(x\_{2})}{x\_{2}}$=$\frac{f(x\_{3})}{x\_{3}}$=$\frac{f(x\_{4})}{x\_{4}}$=7，

可得f（x）=7x有4个不同实根，

当x≤1时，f（x）=|12x﹣4|+1=7x，解得x=$\frac{3}{5}$或x=$\frac{5}{19}$，

故当x＞1时，f（x）=7x有2个不同实根，

设g（x）=f（x）﹣7x=x（x﹣2）2﹣7x+a（x＞1），

g′（x）=（3x+1）（x﹣3），

当1＜x＜3时，g′（x）＜0，g（x）递减；

当x＞3时，g′（x）＞0，g（x）递增．

则g（x）min=g（3）=a﹣18，又g（1）=a﹣6，

由a﹣18＜0，且a﹣6＞0，

解得6＜a＜18．

故答案为：$(6,18)$．

【点睛】

本题考查函数和方程的转化思想，考查分类讨论思想方法，以及导数的运用：求单调区间和极值、最值，考查运算能力，属于中档题．

18．（1）对称中心$(-\frac{π}{2}+\frac{3}{2}kπ,\frac{\sqrt{3}}{2}),k\in Z$ （2）$f(B)\in \left(\sqrt{3},1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

【解析】

【分析】

（1）运用二倍角公式和两角和的正弦公式，由正弦函数的对称中心，解方程可得所求；

（2）运用三角形的余弦定理和基本不等式，可得$\frac{1}{2}$≤cosB＜1，即有0＜B≤$\frac{π}{3}$，运用正弦函数的图象和性质，即可得到所求范围．

【详解】

（1）$f(x)=sin\frac{x}{3}cos\frac{x}{3}+\sqrt{3}cos^{2}\frac{x}{3}$．

=$\frac{1}{2}sin\frac{2}{3}x+\frac{\sqrt{3}}{2}(cos\frac{2}{3}x+1)$，

=sin（$\frac{2}{3}x+\frac{π}{3}$）+$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

令$\frac{2}{3}x+\frac{π}{3}=kπ$（k∈Z），

解得：x=$\frac{3kπ}{2}-\frac{π}{2}$（k∈Z），

所以函数的图象的对称中心为：$(-\frac{π}{2}+\frac{3}{2}kπ,\frac{\sqrt{3}}{2}),k\in Z$．

（2）由于b2=ac，

所以：cosB=$\frac{a^{2}+c^{2}-b^{2}}{2ac}\geq \frac{2ac-ac}{2ac}=\frac{1}{2}$，

则：0$＜B\leq \frac{π}{3}$．

所以：$\frac{π}{3}＜\frac{2B}{3}+\frac{π}{3}\leq \frac{5π}{9}$，

则：$\frac{\sqrt{3}}{2}＜sin(\frac{2B}{3}+\frac{π}{3})\leq 1$，

所以：$\sqrt{3}＜f(B)\leq 1+\frac{\sqrt{3}}{2}$．

则：f（B）的取值范围为：（$\sqrt{3}，1+\frac{\sqrt{3}}{2}$]．

【点睛】

本题考查三角函数的恒等变换的运用，考查正弦函数的图象和性质，同时考查解三角形的余弦定理和基本不等式的运用．

19．（1）证明略；$a\_{n}=2^{n-1}+\frac{1}{2^{n}}$ （2）$λ＜\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】

（1）直接利用递推关系式求出数列的通项公式，进一步证明数列为等比数列；

（2）利用（1）的结论，进一步利用分组法和恒成立问题求出实数λ的取值范围．

【详解】

证明：（1）已知数列{an}的前n项和为Sn，且$S\_{n}=2a\_{n}-\frac{3}{2^{n}}，n\in N^{\*}$，①

当n=1时，$a\_{1}=\frac{3}{2}$，

则：当n≥2时，$S\_{n-1}=2a\_{n-1}-\frac{3}{2^{n-1}}$，②

①﹣②得：an=2an﹣2an﹣1﹣$\frac{3}{2^{n}}$+$\frac{6}{2^{n}}$，

整理得：$a\_{n}=2a\_{n-1}-\frac{3}{2^{n}}$，

所以：$a\_{n}-\frac{1}{2^{n}}=2(a\_{n-1}-\frac{1}{2^{n-1}})$，

故：$\frac{a\_{n}-\frac{1}{2^{n}}}{a\_{n-1}-\frac{1}{2^{n-1}}}=2$（常数），

故：数列{an}是以$a\_{1}-\frac{1}{2}=1$为首项，2为公比的等比数列．

故：$a\_{n}-\frac{1}{2^{n}}=1⋅2^{n-1}=2^{n-1}$，

所以：$a\_{n}=2^{n-1}+\frac{1}{2^{n}}$．

由于：$b\_{n}=a\_{n}-\frac{1}{2^{n}}=2^{n-1}$，

所以：$\frac{b\_{n}}{b\_{n-1}}=\frac{2^{n-1}}{2^{n-2}}=2$（常数）．

故：数列{bn}为等比数列．

（2）由（1）得：$a\_{n}=2^{n-1}+\frac{1}{2^{n}}$，

所以：$S\_{n}=(1+2^{1}+2^{2}+\cdots +2^{n-1})$+（$\frac{1}{2^{1}}+\frac{1}{2^{2}}+\cdots +\frac{1}{2^{n}}$），

=$\frac{(2^{n}-1)}{2-1}+\frac{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2^{n}})}{1-\frac{1}{2}}$，

=$2^{n}-\frac{1}{2^{n}}$，

假设存在实数λ，对任意m，n∈N\*，不等式$S\_{m}＞\frac{λ}{b\_{n}}$恒成立，

即：$\frac{λ}{b\_{n}}＜(S\_{m})\_{min}$，

由于：$S\_{m}=2^{m}-\frac{1}{2^{m}}为增函数$，

故当m=1时，$S\_{1}=\frac{3}{2}$，

所以：$λ＜2^{n-1}⋅\frac{3}{2}$，

当n=1时，$λ＜\frac{3}{2}$．

故存在实数λ，且$λ＜\frac{3}{2}$．

【点睛】

本题考查的知识要点：数列的通项公式的求法及应用，分组法在数列求和中的应用，主要考查学生的运算能力和转化能力，属于中档题．

20．（Ⅰ）见解析;（Ⅱ）$\frac{\sqrt{3}}{7}$.

【解析】

试题分析：（Ⅰ）由平面$PAB⊥$面$ABCD⇒$ $PO⊥$ 面$ABCD$ 再证$ΔPOB≅ΔPOC$

$⇒OB=OC⇒OC⊥AB⇒AB⊥$面$POC⇒AB⊥PC$ ；（Ⅱ）建立空间坐标系， 求得面$PBC$ 的法向量为$\vec{n}=(\sqrt{3},\sqrt{3},1),\vec{DE}=(\frac{4}{3},-1,\frac{\sqrt{3}}{3})⇒|cos〈\vec{n},\vec{DE}〉|=\frac{\vec{n}⋅\vec{DE}}{|\vec{n}||\vec{DE}|}=\frac{\sqrt{3}}{7}$.

试题解析：

（Ⅰ）作$PO⊥AB$于$O$……①,连接$OC$，

∵平面$PAB⊥$平面$ABCD$，且$面PAB∩面ABCD=AB$ ，∴$PO⊥$面$ABCD$.

∵$PB=PC$，∴$ΔPOB≅ΔPOC$,∴$OB=OC$，

又∵$∠ABC=45^{°}$，∴$OC⊥AB$……②

又$PO∩CO=O$,由①②，得$AB⊥$面$POC$，又$PC⊂$面$POC$，∴$AB⊥PC$.



（Ⅱ）∵$ΔPAB$是边长为$2$的等边三角形，

∴$PO=\sqrt{3},OA=OB=OC=1$如图建立空间坐标系，$P(0,0,\sqrt{3}),B(1,0,0),C(0,1,0),A(-1,0,0)$

 设面$PBC$的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，

$$\vec{PB}=(1,0,-\sqrt{3}),\vec{BC}=(-1,1,0)$$

$\{\begin{array}{c}\vec{n}⋅\vec{PB}=x-\sqrt{3}z=0\\\vec{n}⋅\vec{BC}=-x+y=0\end{array}$，令$x=\sqrt{3}$，得$\vec{n}=(\sqrt{3},\sqrt{3},1)$

$\vec{AP}=(1,0,\sqrt{3}),\vec{AE}=\frac{1}{3}\vec{AP}=(\frac{1}{3},0,\frac{\sqrt{3}}{3})$，$\vec{CB}=\vec{DA}=(1,-1,0)$

$\vec{DE}=\vec{DA}+\vec{AE}=(\frac{4}{3},-1,\frac{\sqrt{3}}{3})$，设$DE$与面$PBC$所成角为$θ$

$$sinθ=|cos〈\vec{n},\vec{DE}〉|=\frac{\vec{n}⋅\vec{DE}}{|\vec{n}||\vec{DE}|}=\frac{\frac{4\sqrt{3}}{3}-\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{\frac{16}{9}+1+\frac{3}{9}}×\sqrt{3+3+1}}=\frac{\sqrt{3}}{7}$$

∴直线$DE$与平面$PBC$所成角的正弦值$\frac{\sqrt{3}}{7}$.

21．（1）x2=4$\sqrt{2}$y．（2）.

【解析】

试题解析：（Ⅰ）设点P（x0，$\frac{x\_{0}^{2}}{2p}$），由x2=2py（p＞0）得，y=$\frac{x^{2}}{2p}$，求导y′=$\frac{x}{p}$，

因为直线PQ的斜率为1，所以$\frac{x\_{0}}{p}$=1且x0-$\frac{x\_{0}^{2}}{2p}$-√2=0，解得p=2$\sqrt{2}$，

所以抛物线C1的方程为x2=4$\sqrt{2}$y．

（Ⅱ）因为点P处的切线方程为：y-$\frac{x\_{0}^{2}}{2p}$=$\frac{x\_{0}}{p}$（x-x0），即2x0x-2py-x02=0，

∴ OQ的方程为y=-$\frac{p}{x\_{0}}$x

根据切线与圆切，得d=r，即$\frac{|-x\_{0}^{2}|}{\sqrt{4x\_{0}^{2}+4p^{2}}}=1$，化简得x04=4x02+4p2，

由方程组$\left\{\begin{array}{c}2x\_{0}x-2py-x\_{0}^{2}=0\\y=-\frac{p}{x\_{0}}x\end{array}\right $，解得Q（$\frac{2}{x\_{0}}$，$\frac{4-x\_{0}^{2}}{2p}$），

所以|PQ|=√1+k2|xP-xQ|=$\sqrt{1+\frac{x\_{o}^{2}}{p^{2}}}|x\_{0}-\frac{2}{x\_{0}}|=\frac{\sqrt{p^{2}+x\_{0}^{2}}}{p}|\frac{x\_{0}^{2}-2}{x\_{0}}|$

点F（0，$\frac{p}{2}$）到切线PQ的距离是d=$\frac{|-p^{2}-x\_{0}^{2}|}{\sqrt{4x\_{0}^{2}+4p^{2}}}=\frac{1}{2}\sqrt{x\_{o}^{2}+p^{2}}$，

所以S1=$\frac{1}{2}|PQ|d=\frac{1}{2}\frac{\sqrt{p^{2}+x\_{0}^{2}}}{p}|\frac{x\_{0}^{2}-2}{x\_{0}}|$ $\frac{1}{2}\sqrt{x\_{o}^{2}+p^{2}}$=$\frac{x\_{0}^{2}+p^{2}}{4p}|\frac{x\_{0}^{2}-2}{x\_{0}}|$，

S2=$\frac{1}{2}|OF||x\_{Q}|=\frac{p}{2|x\_{0}|}$，

而由x04=4x02+4p2知，4p2=x04-4x02＞0，得|x0|＞2，

所以$\frac{S\_{1}}{S\_{2}}=\frac{x\_{0}^{2}+p^{2}}{4p}|\frac{x\_{0}^{2}-2}{x\_{0}}|\frac{2|x\_{0}|}{p}=\frac{(x\_{0}^{2}+p^{2})(x\_{0}^{2}-2)}{2p^{2}}$

=$\frac{(4x\_{0}^{2}+x\_{0}^{4}-4x\_{0}^{2})(x\_{0}^{2}-2)}{2(x\_{0}^{4}-4x\_{0}^{2})}=\frac{x\_{0}^{2}(x\_{0}^{2}-2)}{2(x\_{0}^{2}-4)}$

=$\frac{x\_{0}^{2}-4}{2}+\frac{4}{x\_{0}^{2}-4}$+3≥2$\sqrt{2}$+3，当且仅当$\frac{x\_{0}^{2}-4}{2}=\frac{4}{x\_{0}^{2}-4}$时取“=”号，

即x02=4+2$\sqrt{2}$，此时，p=$\sqrt{2+2\sqrt{2}}$．

所以$\frac{S\_{1}}{S\_{2}}$的最小值为2$\sqrt{2}$+3．

考点：求抛物线的方程，与抛物线有关的最值问题.

22．（1）见解析（2）$(-\infty ,\frac{1}{2}]$

【解析】

【分析】

（1）求出函数的导数，利用已知条件列出方程，求出$a$，判断导函数的符号，然后求解单调区间．
（2）令$g\left(x\right)=f\left(x\right)-m\left(x-1\right)lnx$，$x>0$．求出$g^{'}\left(x\right)=e^{x-1}-m\left(lnx+\frac{x-1}{x}\right)-1$，令$h\left(x\right)=g^{'}\left(x\right)$，求出导数，通过（i）若$m\leq \frac{1}{2}$，（ii）若$m>\frac{1}{2}$，判断函数的单调性求解最值，然后求解$m$的取值范围．

【详解】

（Ⅰ）函数$f\left(x\right)=e^{x-1}-ax$在点$\left(1,1-a\right)$处与$x$轴相切．$f^{'}\left(x\right)=e^{x-1}-a$，

依题意，$f^{'}\left(1\right)=0$解得$a=1$，所以$f^{'}\left(x\right)=e^{x-1}-1$．

当$x<1$时，$f^{'}\left(x\right)<0$；当$x>1$时，$f^{'}\left(x\right)>0$．

故$f\left(x\right)$的单调递减区间为$\left(-\infty ,1\right)$，单调递增区间为$\left(1,+\infty \right)$．

（2）令$g\left(x\right)=f\left(x\right)-m\left(x-1\right)lnx$，$x>0$．则$g^{'}\left(x\right)=e^{x-1}-m\left(lnx+\frac{x-1}{x}\right)-1$，

令$h\left(x\right)=g^{'}\left(x\right)$，则$h^{'}\left(x\right)=e^{x-1}-m\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^{2}}\right)$，

（ⅰ）若$m\leq \frac{1}{2}$，因为当$x>1$时，$e^{x-1}>1$，$m\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^{2}}\right)<1$，所以$h^{'}\left(x\right)>0$，

所以$h\left(x\right)$即$g^{'}\left(x\right)$在$\left(1,+\infty \right)$上单调递增．又因为$g^{'}\left(1\right)=0$，

所以当$x>1$时，$g^{'}\left(x\right)>0$，从而$g\left(x\right)$在$\left(1,+\infty \right)$上单调递增，

而$g\left(1\right)=0$，所以$g\left(x\right)>0$，即$f\left(x\right)>m\left(x-1\right)lnx$成立．

（ⅱ）若$m>\frac{1}{2}$，可得$h^{'}\left(x\right)$在$\left(0,+\infty \right)$上单调递增．

因为$h^{'}\left(1\right)=1-2m<0$，$h^{'}\left[1+ln\left(2m\right)\right]>0$，所以存在$x\_{1}\in \left(1,1+ln\left(2m\right)\right)$，使得$h^{'}\left(x\_{1}\right)=0$，且当$x\in \left(1,x\_{1}\right)$时，$h^{'}\left(x\right)<0$，所以$h\left(x\right)$即$g^{'}\left(x\right)$在$\left(1,x\_{1}\right)$上单调递减，

又因为$g^{'}\left(1\right)=0$，所以当$x\in \left(1,x\_{1}\right)$时，$g^{'}\left(x\right)<0$，从而$g\left(x\right)$在$\left(1,x\_{1}\right)$上单调递减，

而$g\left(1\right)=0$，所以当$x\in \left(1,x\_{1}\right)$时，$g\left(x\right)<0$，即$f\left(x\right)>m\left(x-1\right)lnx$不成立．

综上所述，$k$的取值范围是$\left(-\infty ,\frac{1}{2}\right]$．

【点睛】

本题考查函数的导数的应用，函数的单调性、切线方程函数的最值的求法，考查分析问题解决问题的能力．属难题.