宁波“十校”2026届高三3月联考

数学参考答案

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

题目	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	B	C	D	A	C	D	C

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分。

题目	9	10	11
答案	BD	ABC	ABD

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。

12．$\frac{1}{3}$　　13．$[0,6]$　　14．6

四、解答题：本题共5小题，共77分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15．（13分）

解：

（1）因为$a_1=0$，$b_n=a_n-2n+1$，所以$b_1=a_1-2+1=-1$，……2分

再由$\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{a_{n+1}-2(n+1)+1}{a_n-2n+1}=\frac{a_{n+1}-2n-1}{a_n-2n+1}$，

因为$2a_{n+1}-a_n=2n+3$，所以$a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n+\frac{2n+3}{2}$，代入上式得：

$\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{1}{2}$，……6分

所以数列$\{b_n\}$是以-1为首项，$\frac{1}{2}$为公比的等比数列；……7分

（2）由（1）可得：$b_n=a_n-2n+1=(-1)\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\Rightarrow a_n=2n-1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$，……9分

则$S_n=0-\left(\frac{1}{2}\right)^0+1-\left(\frac{1}{2}\right)^1+2-\left(\frac{1}{2}\right)^2+\cdots+(n-1)-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$=1+3+5+\cdots+(2n-1)-\left[\left(\frac{1}{2}\right)^0+\left(\frac{1}{2}\right)^1+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right]$

$=\frac{(1+2n-1)n}{2}-\frac{1\times\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{2}}=n^2-2+\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$……13分

16. （15 分）

解：

（1）由已知可得：$2(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A+\frac{1}{2}\cos A)=2$， ……………………………………………3 分

因此 $\sin(A+\frac{\pi}{6})=1$（$0<A<\pi$），因此 $A=\frac{\pi}{3}$ ……………………………………………5 分

（2）由于 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=27$，可得 $a=3\sqrt{3}$ ……………………………………………7 分

结合勾股定理得，ΔABD 为直角三角形，所以得 $AD=2\sqrt{3}$ ……………………………………9 分

所以 $r_1=\frac{AB+BD-AD}{2}=\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ ……………………………………………………11 分

在 ΔACD 中，$\frac{1}{2}AD\cdot DC\cdot\sin\angle ADC=\frac{1}{2}\cdot r_2\cdot(AD+DC+AC)$，可得 $r_2=3(2-\sqrt{3})$，……14 分

从而 $r_1+r_2=\frac{15-7\sqrt{3}}{2}$ ……………………………………………………………15 分

17. （15 分）

解：

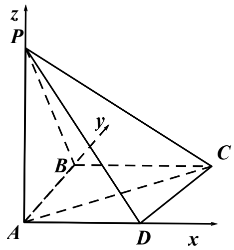
（1）因为 $AD//$ 平面 PBC，$AD\subset$ 平面 $ABCD$，平面 $ABCD\bigcap$ 平面 $PBC=BC$，

所以 $AD//BC$ …………………………………………………………………………3 分

因为 $PA\perp$ 底面 $ABCD$，$AD\subset$ 平面 $ABCD$，所以 $PA\perp AD$，因为 $BC\perp AB$，$AD//BC$，所以 $AD\perp AB$,又因为 $AB\bigcap AP=A$，所以 $AD\perp$ 平面 PAB，因为 $PB\subset$ 平面 PAB，所以 $AD\perp PB$．…………………………………………………………………………6 分

（2）由（1）可知，PA，AB，AD 两两垂直，以 A 为原点，AD，AB，AP 所在直线分别为 x 轴，y 轴，z 轴，建立如图所示坐标系．

过点 B 作 $BM\perp AC$，交 AC 于点 M，因为 $PA\perp$ 底面 $ABCD$，$BM\subset$ 平面 ABC，所以 $PA\perp BM$，因为 $AC\cap PA=A$，所以 $BM\perp$ 平面 PAC，又点 B 到平面 PAC 的距离为 1，所以 $BM=1$，　…………………………9 分



在 Rt△ABC 中 $BM\perp AC$，由 $\Delta ABM\sim\Delta BCM$ 可得 $BM^2=AM\cdot CM$；

设 $AM=x$，则 $CM=2-x$，即 $1^2=x(2-x)$，解得 $x=1$；

因此 M 为 AC 的中点，$AM=CM=1$，所以 $AB=BC=\sqrt{2}$．…11 分

可得 $A(0,0,0)$，$B(0,\sqrt{2},0)$，$C(\sqrt{2},\sqrt{2},0)$，$M\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$，$P(0,0,1)$，

所以 $\overrightarrow{BP}=(0,-\sqrt{2},1)$，$\overrightarrow{BC}=(\sqrt{2},0,0)$．设 $\vec{n}=(x,y,z)$ 是平面 PBC 的法向量，则 $\vec{n}\cdot\overrightarrow{BP}=0$，$\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0$，

即 $\begin{cases}-\sqrt{2}y+z=0\\\sqrt{2}x=0\end{cases}$，取 $y=1$，则 $z=\sqrt{2}$，$x=0$，所以 $\vec{n}=(0,1,\sqrt{2})$ 是平面 PBC 的一个法向量．……………………………………………………………………………13 分

因为 $BM\perp$ 平面 PAC，所以 $\overrightarrow{BM}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$ 是平面 PAC 的一个法向量．

设平面 ACP 与平面 BCP 的夹角为 θ，则 $\cos\theta=|\cos\langle\overrightarrow{BM},\vec{n}\rangle|=\frac{|\overrightarrow{BM}\cdot\vec{n}|}{|\overrightarrow{BM}||\vec{n}|}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{3}\cdot 1}=\frac{\sqrt{6}}{6}$，

所以平面 ACP 与平面 BCP 夹角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{6}$．……………………………………15 分

18．（17 分）

解：

（1）由题意易知：$c=1$，$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故 $b=1$ ……………………………………………………2 分

因此，椭圆 $C:\frac{x^2}{2}+y^2=1$ ……………………………………………………………………3 分

（2）（i）不妨设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$AB:x=my+1$．

由 $\begin{cases}\frac{x^2}{2}+y^2=1\\ x=my+1\end{cases}$，可得 $(m^2+2)y^2+2my-1=0$，

所以 $y_1+y_2=-\frac{2m}{m^2+2}$，$y_1\cdot y_2=-\frac{1}{m^2+2}$ ……………………………………………4 分

$PA:y=\frac{y_1}{x_1+2}(x+2)\triangleq n(x+2)$，由 $\begin{cases}\frac{x^2}{2}+y^2=1\\ y=n(x+2)\end{cases}$，

可得 $(2n^2+1)x^2+8n^2x+2(4n^2-1)=0$，所以 $x_1\cdot x_C=\frac{2(4n^2-1)}{2n^2+1}=-\frac{3x_1^2+4x_1}{2x_1+3}$，

故 $x_C=-\frac{3x_1+4}{2x_1+3}$ ……………………………………………………………………6 分

代入直线 $y=\frac{y_1}{x_1+2}(x+2)$，可得 $y_C=\frac{y_1}{2x_1+3}$ ……………………………………7 分

同理：$x_D=-\frac{3x_2+4}{2x_2+3}$，$y_D=\frac{y_2}{2x_2+3}$ ……………………………………………8 分

因此，

$$k_{CD}=\frac{\frac{y_2}{2x_2+3}-\frac{y_1}{2x_1+3}}{-\frac{3x_2+4}{2x_2+3}+\frac{3x_1+4}{2x_1+3}}=\frac{1}{m}\frac{(x_2-1)(2x_1+3)-(x_1-1)(2x_2+3)}{(3x_1+4)(2x_2+3)-(3x_2+4)(2x_1+3)}$$

$$=k_{AB}\cdot\frac{5(x_2-x_1)}{x_1-x_2}=-5k_{AB}$$

故有 $\frac{k_{AB}}{k_{CD}}=-\frac{1}{5}$ ……………………………………………………………………11 分

（ii）设 $T(t,0)$，则 $\overrightarrow{TC}=\left(-\frac{3x_1+4}{2x_1+3}-t,\frac{y_1}{2x_1+3}\right)$，$\overrightarrow{TD}=\left(-\frac{3x_2+4}{2x_2+3}-t,\frac{y_2}{2x_2+3}\right)$．

由于 T，C，D 三点共线，

故 $\overrightarrow{TC}=\lambda\overrightarrow{TD}$，$\left(\frac{3x_1+4}{2x_1+3}+t\right)\cdot\frac{y_2}{2x_2+3}=\left(\frac{3x_2+4}{2x_2+3}+t\right)\cdot\frac{y_1}{2x_1+3}$ ……………13 分

进而$\left(\frac{3x_1+4}{2x_1+3}+t\right)\cdot\frac{x_2-1}{2x_2+3}=\left(\frac{3x_2+4}{2x_2+3}+t\right)\cdot\frac{x_1-1}{2x_1+3}$，

化简可得：$-7(x_2-x_1)=5(x_1-x_2)t(x_1\neq x_2)$，

因此$t=-\frac{7}{5}$ ……………………………………………………………………15 分

由于$T\left(-\frac{7}{5},0\right)$为定点，而直线 l 也过定点$Q(1,0)$，故点 T 到直线 l 距离的取值范围为$\left(0,\frac{12}{5}\right]$ ……………………………………………………………17 分

19. （17 分）

解：

（1）由于$f(x)=e^{\sqrt{x}}$，则$f(1)=\mathrm{e}$， ……………………………………………………1 分

由于$f'(x)=\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$，$f'(1)=\frac{e}{2}$， ……………………………………………………3 分

所以切线方程为$y=\frac{e}{2}x+\frac{e}{2}$ ……………………………………………………………4 分

（2）（i）由于$f(x)$有两个极值点x_1,x_2，故$f'(x)=\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{2}a$有两个变号零点，等价于方程$a=\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$有两个不同的解……………………………………………………6 分

设$t=\sqrt{x}(t>0)$，则$a=\frac{e^t}{t}$，令$g(t)=\frac{e^t}{t},t>0$，$g'(t)=\frac{(t-1)e^t}{t^2}$，所以，$g(t)$在$(0,1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增，……………………………………………8 分

当$t\to 0^+$时，$g(t)\to+\infty$，当$t\to+\infty$时，$g(t)\to+\infty$，所以$a\in(e,+\infty)$ ………10 分

（ii）由（i）得，$0<\sqrt{x_2}<1<\sqrt{x_1}$.

欲证$\sqrt{x_1x_2}-x_2<\sqrt{(e-a)(e-a-4)}$，只需证$\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}<\sqrt{(e-a)(e-a-4)}$ ……12 分

构造$h(x)=\frac{e^x}{x}-x-\frac{1}{x}-(e-2),x>0$，则$h'(x)=\frac{(x-1)(e^x-x-1)}{x^2}$，因为$e^x>x+1$，所以$h(x)$在$(0,1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增，所以$h(x)\geq h(1)=0$，所以$\frac{e^x}{x}\geq x+\frac{1}{x}+(e-2)$ …………………………………………………………15 分

设方程$x+\frac{1}{x}+(e-2)=a$的两根为x_3，x_4，

则由$x+\frac{1}{x}+(e-2)=a$得$x^2+(e-a-2)x+1=0$，

所以$|x_3-x_4|=\sqrt{(e-a-2)^2-4}=\sqrt{(e-a)(e-a-4)}$，由$\frac{e^x}{x}\geq x+\frac{1}{x}+(e-2)$得，$\left|\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right|<|x_3-x_4|=\sqrt{(e-a)(e-a-4)}$，原命题得证…………………………17 分