

杨府山高复学校单招数学第 11 次周考试卷

考试时间： 90 分钟；满分： 150 分

一、单项选择题（本大题共 25 小题，每小题 4 分，共 100 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $A \cup B$ 等于 ()。
A. $\{2, 3\}$ B. $\{1, 4\}$ C. $\{1, 2, 3, 4\}$ D. $\{1, 2, 2, 3, 3, 4\}$
2. 函数 $y = \sqrt{x-2}$ 的定义域是 ()。
A. $(2, +\infty)$ B. $[2, +\infty)$ C. $(-\infty, 2)$ D. $(-\infty, 2]$
3. 不等式 $|x-1| < 3$ 的解集是 ()。
A. $(-2, 4)$ B. $(-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$
C. $(-4, 2)$ D. $(-\infty, -4) \cup (2, +\infty)$
4. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (3, -1)$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 等于 ()。
A. 1 B. 2 C. 3 D. 5
5. 从 4 名男生和 2 名女生中任选 2 人参加活动, 选到的恰好是一男一女的概率为 ()。
A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
6. $(x+1)^5$ 的展开式中, x^2 的系数是 ()。
A. 5 B. 10 C. 20 D. 40
7. 已知 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, 且 α 是第二象限角, 则 $\cos \alpha$ 等于 ()。
A. $\frac{4}{5}$ B. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $-\frac{3}{4}$
8. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, 公差 $d = 3$, 则 a_5 等于 ()。
A. 11 B. 14 C. 17 D. 20
9. 直线 $y = 2x - 1$ 的斜率是 ()。
A. -2 B. 2 C. -1 D. 1
10. 椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的焦距为 ()。
A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{5}$ C. 5 D. 10
11. 若 $a > b$, $c < 0$, 则下列不等式一定成立的是 ()。
A. $ac > bc$ B. $ac < bc$ C. $a + c < b + c$ D. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
12. 函数 $f(x) = x^2 - 4x + 3$ 的最小值是 ()。
A. -1 B. 0 C. 1 D. 3
13. 已知 $\log_2 x = 3$, 则 x 的值为 ()。
A. 6 B. 8 C. 9 D. 27

14. 正态分布 $N(0,1)$ 中, $P(-1 < X < 1)$ 约等于 ()。
- A. 0.6826 B. 0.9544 C. 0.9974 D. 0.5
15. 将一枚质地均匀的骰子抛掷一次, 向上的点数为偶数的概率是 ()。
- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$
16. 已知向量 $\vec{a} = (2, -1)$, $\vec{b} = (1, m)$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 m 的值为 ()。
- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2
17. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_4 = 8$, 则公比 q 等于 ()。
- A. 2 B. 3 C. 4 D. $\frac{1}{2}$
18. 圆 $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$ 的圆心坐标为 ()。
- A. $(2, -1)$ B. $(-2, 1)$ C. $(2, 1)$ D. $(-2, -1)$
19. 函数 $y = 2\sin(2x)$ 的最小正周期是 ()。
- A. 4π B. 2π C. π D. $\frac{\pi}{2}$
20. 某工厂生产的产品中, 次品率为 0.05。现从中随机抽取 100 件产品, 预计次品件数约为 ()。
- A. 0.05 B. 0.5 C. 5 D. 50
21. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0 \\ \log_2 x, & x > 0 \end{cases}$, 则 $f\left(f\left(\frac{1}{4}\right)\right)$ 等于 ()。
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2
22. 若直线 l 经过点 $(1, 2)$ 且与直线 $2x + y - 1 = 0$ 垂直, 则直线 l 的方程为 ()。
- A. $x - 2y + 3 = 0$ B. $x + 2y - 5 = 0$
C. $2x - y = 0$ D. $2x + y - 4 = 0$
23. 设集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | ax - 2 = 0\}$ 。若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的值组成的集合是 ()。
- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{1\}$
24. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, 点 E 为棱 CC_1 的中点, 则三棱锥 $D_1 - ADE$ 的体积为 ()。
- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. 2 D. $\frac{8}{3}$
25. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x$, 若对于任意的 $x \in [0, 2]$, 都有 $f(x) \leq m$, 则实数 m 的最小值是 ()。
- A. 0 B. 2 C. -2 D. 4

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分。)

26. 不等式 $x^2 - 5x + 6 > 0$ 的解集是 _____。(用区间表示)
27. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (-2, 3)$, 则 $|2\vec{a} - \vec{b}| =$ _____。

28. $(2x - \frac{1}{x})^4$ 的展开式中的常数项是 _____。

29. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c 。若 $a = 2$, $b = 3$, $C = 60^\circ$, 则 $c =$ _____。

30. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 2a_n + 1$ ($n \in \mathbb{N}^*$), 则 $a_4 =$ _____。

31. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的一条渐近线方程为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, 且它的一个焦点与抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点重合, 则该双曲线的标准方程为 _____。

三、解答题 (本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。)

32. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_3 = 9$, $a_5 = 9$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = 2^{a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

33. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 且过点 $(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ 。

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 若直线 $l: y = x + m$ 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 且 $OA \perp OB$, 求实数 m 的值。