高三数学试卷

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 $z=-1+\mathrm{i}$，则 $z(\bar{z}+1)=$

A. $1+\mathrm{i}$　　B. $-1+\mathrm{i}$　　C. $1-\mathrm{i}$　　D. $-1-\mathrm{i}$

2. 已知全集 $U=A\cup B=\{1,2,3,4\}$，$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\{1,4\}$，则 $A\cap B=$

A. $\varnothing$　　B. $\{2,3\}$　　C. $\{1,4\}$　　D. $\{1,2,3,4\}$

3. $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，若 $A=\frac{\pi}{4}$，$C=\frac{5\pi}{12}$，$a=1$，则 $b=$

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B. $\sqrt{3}-1$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D. $\sqrt{3}+1$

4. 若 $\tan\alpha=2$，则 $\frac{\sin\alpha(1-\cos 2\alpha)}{\sin\alpha-\cos\alpha}=$

A. $\frac{6}{5}$　　B. $\frac{8}{5}$　　C. $\frac{16}{5}$　　D. 4

5. 已知奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $(y+1)f(x)=xf(y+1)+a$，则 $a=$

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. -1

6. 已知 O 为坐标原点，椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右顶点为 A，以 OA 为直径的圆与椭圆 C 的三个公共点分别为 A,M,N，若以 O,M,A,N 为顶点的四边形是正方形，则椭圆 C 的离心率为

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

7. 设 $a>0$ 且 $a\neq1$，则“$\ln a=\log_a \mathrm{e}$”是“$a^{\mathrm{e}}=\mathrm{e}^a$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

8. 在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，P 为线段 A_1D 上的动点，则直线 PC_1 与 B_1C 所成角的取值范围是

A. $\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right]$　　B. $\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$　　C. $\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$　　D. $\left[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 下列函数中，以 2π 为周期且在 $\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$ 上单调递增的是

A. $f(x)=\sin\left|\frac{x}{2}\right|$　　B. $f(x)=\left|\sin\frac{x}{2}\right|$

C. $f(x)=\sin x+\cos x$　　D. $f(x)=\sin x-\cos x$

10. 已知 O 为坐标原点，若直线 l 上存在点 P，使得 $|OP|=1$，则称该直线为“1 距直线”，下列直线是“1 距直线”的是

A. $y=x-1$　　B. $y=1$

C. $x-y=\sqrt{2}$　　D. $2x-y+3=0$

11. 某比赛共进行 $2n(n\in\mathbf{N}_+)$ 局，每局比赛没有平局，$2n$ 局比赛结束后赢得 n 局以上的一方获胜. 甲、乙进行该比赛，已知甲每局比赛获胜的概率为 p，每局比赛的结果相互独立，记甲在该比赛中获胜的概率为 P_{2n}，下列结论正确的是

A. 若 $p=\frac{1}{3}$，则 $P_2=P_4$

B. 若 $p=\frac{1}{4}$，则当 $2n=2$ 时，P_{2n} 最大

C. 若 $p=\frac{4}{5}$，则当 $2n=2$ 时，P_{2n} 最大

D. 若 $p=\frac{5}{12}$，则当 $2n=6$ 时，P_{2n} 最大

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(1,\sigma^2)$，且 $P(1<X\leqslant2)=0.3$，则 $P(X>2)=$____▲____.

13. 已知边长为 6 的等边三角形 ABC 的内心为 O，则 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=$____▲____.

14. 已知函数 $f(x)=\log_3\frac{x}{4-x}$，若 $|f(x_1)-f(x_2)|=2$，则 $|x_1-x_2|$ 的最大值为____▲____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)

某农业研究部门在面积相等的 100 块稻田上种植一种新型水稻，得到各块稻田的亩产量(单位：kg)并整理如下表.

亩产量	[900,950)	[950,1 000)	[1 000,1 050)	[1 050,1 100)	[1 100,1 150)	[1 150,1 200)
频数	10	11	22	30	20	7

记这 100 块稻田亩产量的平均值的估计值为 $\overline{x}$，标准差的估计值为 s.(同一组中的数据用该组区间的中点值为代表)

(1)求 $\overline{x}$，s^2；

(2)判断该新型水稻能否推广种植(在这 100 块稻田中，若超过 90 块稻田的亩产量在 $\left(\overline{x}-\frac{3s}{2},\overline{x}+\frac{3s}{2}\right)$ 内，则认为该新型水稻能推广种植).

16. (15 分)

已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{7}}{2}$，点 $P(4,3)$ 在双曲线 C 上.

(1)求双曲线 C 的标准方程.

(2)直线 $y=\sqrt{3}x+4$ 与双曲线 C 交于点 M,N，其中点 M 在第二象限.

①求 $|MN|$；

②已知双曲线 C 的左、右顶点分别为 A,B，设直线 AM,BN 的斜率分别为 k_1,k_2，求 k_1k_2.

17. (15 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=n^2-2n+t$，t 为常数，记 $b_n=\frac{S_n}{n}$.

(1)若数列 $\{b_n\}$ 为等差数列，求 $\{b_n\}$ 的公差.

(2)设 $t=-1$.

①求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

②记数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，证明：$T_n\leqslant\frac{n^2-3n-2}{2}$.

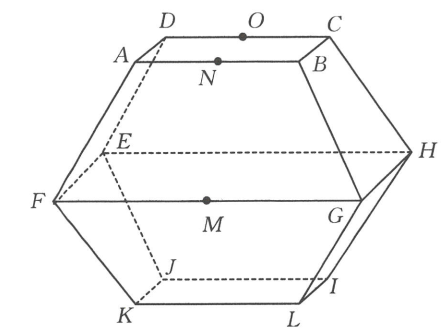
18. (17 分)

如图，该几何体由两个相同的正四棱台组合而成.

(1)证明：$BG/\!/EJ$.

(2)已知 M,N,O 分别是棱 FG,AB,DC 的中点，过点 M,N,O 的平面截该几何体所得的截面是边长为 2 的正六边形，求棱 BG 的长度.

(3)已知 $FG=4$，该几何体的体积为 $\frac{56\sqrt{3}}{3}$，平面 $ABGF$ 与平面 $CBGH$ 夹角的余弦值为 $\frac{1}{4}$，求棱 AB 的长度.



19. (17 分)

(1)证明：$\cos 2x+2x<\frac{\pi}{2}$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$ 上恒成立.

(2)若 $n>2$，证明：函数 $f(x)=\frac{2}{\cos 2x}-n$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$ 上恰有 1 个零点.

(3)试讨论函数 $g(x)=e^{ax}-\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right)$ 上的零点个数.