

2025 年高考模拟考试

数学试题参考答案

题号	1	2	3	4	5	6
答案	C	B	A	A	C	A
题号	7	8	9	10	11	
答案	D	D	ACD	CD	BD	

1. 【答案】C

【解析】由题意可得 $x^2 - 5x + 6 < 0$,

$$\therefore (x-2)(x-3) < 0. \therefore 2 < x < 3$$

$$\therefore \log_2(x-1) \leq 1. \therefore 1 < x \leq 3$$

$$\therefore A \cap B = \{x | 2 < x < 3\} \cap \{x | 1 < x \leq 3\} = \{x | 2 < x < 3\}.$$

2. 【答案】B

【解析】 $|2+i| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

$$|1-3i| = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$$

$$|Z| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

3. 【答案】A

【解析】 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{a} - \vec{b} = (1-m, 2-1) =$

$$(1-m, 1)$$

向量垂直条件是 $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$

$$\text{即 } 1 \cdot (1-m) + 2 \cdot 1 = 0$$

$$\therefore m = 3$$

4. 【答案】A

【解析】将 3 项实验分配给 2 人，每人至少 1 项，等价于“非空子集划分”，公式为 $2^3 - 2 = 6$

具体分配方式：每项实验有 2 种选择（甲或乙），总方式 $2^3 = 8$ ，扣除全给甲或全给乙的 2 种，剩余 6 种。

5. 【答案】C

【解析】近地点距离 $a-c=300$ ，远地点距离 $a+c=800$ ，解得 $a=500$ ， $c=250$.

$$\text{则离心率 } e = \frac{c}{a} = \frac{250}{500} = \frac{1}{2}$$

6. 【答案】A

【解析】

步骤1：展开正切和角公式

根据正切的和角公式：

$$\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\tan \alpha + 1}{1 - \tan \alpha} \quad \text{题}$$

目给出 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 7$ ，因此方程为：

$$\frac{\tan \alpha + 1}{1 - \tan \alpha} = 7$$

步骤2：解方程求 $\tan \alpha$

$$\text{两边同乘}(1 - \tan \alpha) \text{得: } \tan \alpha + 1 = 7(1 - \tan \alpha)$$

展开并整理：

$$\tan \alpha + 1 = 7 - 7 \tan \alpha \implies 8 \tan \alpha = 6 \implies \tan \alpha = \frac{3}{4}$$

步骤3：应用双角公式求 $\cos 2\alpha$

$$\text{利用双角公式 } \cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}, \text{ 代入 } \tan \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \cos 2\alpha = \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2}{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{1 - \frac{9}{16}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{7}{16}}{\frac{25}{16}} = \frac{7}{25}$$

7. 【答案】D

【解析】

正四棱台

$ABCD - A_1B_1C_1D_1$

中,

$AB = 3A_1B_1 = 3$,

因为 $BC \parallel AD$, 所以

$\angle A_1AD$ 是异面直线

AA_1 与 BC 所成的角,

所以 $\cos \angle A_1AD = \frac{\sqrt{6}}{6}$,

即 $\frac{\frac{1}{2} \times (3-1)}{AA_1} = \frac{\sqrt{6}}{6}$, 解得 $AA_1 = \sqrt{6}$,

取 AD 、 A_1D_1 的中点 M 、 N , 连接 MN , 取上下底面的中心 O_1 、 O , 连接 OO_1 ,

则 $MN = \sqrt{(\sqrt{6})^2 - 1^2} = \sqrt{5}$,

$OO_1 = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 1^2} = 2$,

所以正四棱台 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的体积为

$V = \frac{1}{3} \times (1^2 + \sqrt{1^2 \times 3^2} + 3^2) \times 2 = \frac{26}{3}$.

8. 【答案】D

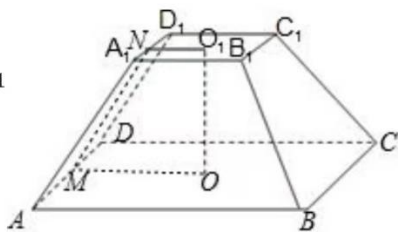
【解析】 $t = \frac{x}{e^x}$, $t \in (0, \frac{1}{e}]$

$\frac{x}{e^x} \geq \ln \frac{x}{e^x} + b$ $b \leq t - \ln t = -\ln \frac{t}{e^t}$

$b \leq \frac{1}{e} + 1$

9. 【答案】ACD

【解析】



对于 A , 令 $x = 1$, 则有 $(1-3)^n = 64$, 解得 $n = 6$, 故 A 正确;

对于 B , $(x - \frac{3}{x})^6$ 的展开式的通项公式为

$T_{r+1} = C_6^r x^{6-r} (-\frac{3}{x})^r = (-3)^r C_6^r x^{6-2r}$,

令 $6-2r = 0$, 解得 $r = 3$,

所以展开式中常数项为 $(-3)^3 C_6^3 = -540$, 故 B 错误;

对于 C , 令 $6-2r = 2$, 解得 $r = 2$,

所以展开式中含 x^2 项的系数为 $(-3)^2 C_6^2 = 135$, 故 C 正确;

对于 D , $(x - \frac{3}{x})^6$ 的展开式中各项系数的绝对值之和与

$(x + \frac{3}{x})^6$ 的展开式中各项系数之和相等,

令 $x = 1$, $(1 + \frac{3}{1})^6 = 4^6 = 4096$,

所以 $(x - \frac{3}{x})^6$ 的展开式中各项系数的绝对值之和为 4096, 故 D 正确;

10. 【答案】CD

【解析】选项 A: 由题意 $-2k = \ln 0.8$

$\therefore k = \ln \frac{\sqrt{5}}{2}$ $\therefore A$ 错误

选项 B: 10 年后容量: $C(10) = C_0 e^{-10k} =$

$C_0 (0.8)^5 \approx C_0 \times 0.32768 = 32.768\% C_0$

$32.768\% > 30\% \therefore B$ 错误

选项 C: 衰减速率即导数绝对值 $|\frac{dC}{dt}| = kC_0 e^{-kt}$

由于 e^{-kt} 随时间衰减, 衰减速率逐渐减小. $\therefore C$

正确

选项 D: 要求 $C(t) > 0.5 C_0$, 即 $e^{-kt} > 0.5$.

$\therefore -kt > \ln 0.5$ $\therefore t < \frac{\ln 2}{k}$ $\therefore D$ 正确

11. 【答案】BD

【解析】选项 A:

1. 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 由向量关系得:
 $(2 - x_1, -y_1) = 3(x_2 - 2, y_2)$.
2. 解得 $x_1 = 8 - 3x_2$, $y_1 = -3y_2$.
3. 代入抛物线方程 $y_1^2 = 8x_1$ 和 $y_2^2 = 8x_2$, 联立解得
 $x_2 = \frac{4}{3}$, $y_2 = \pm \frac{4\sqrt{3}}{3}$.
4. 直线斜率 $k = \frac{y_2 - 0}{x_2 - 2} = \pm \sqrt{3}$.

选项 B:

1. 设 $A(2t^2, 4t)$, $B(2s^2, 4s)$, 计算向量点积:
 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = (2t^2 + 2)(2s^2 + 2) + 16ts$.
2. 化简得: $4(t^2 + 1)(s^2 + 1) + 16ts$.
3. 当 $t = 1$, $s = -1$ 时, 点积为 $-16 < 0$.

选项 C:

1. 抛物线上点 A 到焦点 F 的距离 $|AF| = x_A + 2$.
2. 圆 Q 的圆心 $(8, 4)$, 半径 1, 反射圆心到 $Q'(12, 4)$.
3. 最小值为 F 到 Q' 的距离减半径:
 $\sqrt{(12 - 2)^2 + 4^2} - 1 = \sqrt{116} - 1 \approx 9.78$.

选项 D:

1. 圆心到准线的距离为 $\frac{x_1 + x_2}{2} + 2$, 半径 $\frac{|x_1 - x_2|}{2}$.
2. 相切条件 $\frac{x_1 + x_2}{2} + 2 = \frac{|x_1 - x_2|}{2}$, 化简得 $x_1 = 2$ 或 $x_2 = 2$.
3. 此时 A 或 B 为焦点 F , 三点共线.

12. 【答案】0

【解析】 $f(x) = e^x - ax$, 当 $x=0$ 时,

$f(0) = 1$; 对 $g(x) = \ln(x+1) + 1$, 当 $x=0$ 时, $g(0) = 1$. 因此两函数在 $(0, 1)$ 处相交.

$$f'(x) = e^x - a, f'(0) = 1 - a.$$

$$g'(x) = \frac{1}{x+1}, g'(0) = 1$$

∴ 根据公切线的条件, 斜率相等得:

$$f'(0) = g'(0) \therefore 1 - a = 1$$

解得 $a=0$

验证结果: 当 $a=0$ 时, $f(x) = e^x$, 此时 f

$$(0) = 1 \text{ 且 } f'(0) = 1$$

$g(x) = \ln(x+1) + 1$ 在 $x=0$ 处, $g(0) = 1$ 且

$$g'(0) = 1$$

13. 【答案】 $5\sqrt{3}$

【解析】

步骤1: 求圆心坐标

圆 M 的标准方程为 $(x-1)^2 + (y-m)^2 = 25$, 圆心为 $(1, m)$, 半径 $r = 5$.

直线 $3x - 4y - 7 = 0$ 截圆得弦长为 10, 根据弦长公式:
 弦长 $= 2\sqrt{r^2 - d^2}$

其中 d 为圆心到直线的距离. 代入弦长 10 和 $r = 5$:

$$10 = 2\sqrt{5^2 - d^2} \implies 5 = \sqrt{25 - d^2} \implies d = 0$$

因此, 圆心在直线上, 代入圆心坐标 $(1, m)$ 到直线方程:

$$3 \cdot 1 - 4m - 7 = 0 \implies m = -1$$

圆心为 $(1, -1)$.

步骤2: 计算切线长 $|PA|$

点 $P(-7, 5)$ 到圆心 $(1, -1)$ 的距离:

$$\sqrt{(-7-1)^2 + (5-(-1))^2} = \sqrt{(-8)^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$$

根据切线长公式:

$$|PA| = \sqrt{(\text{点到圆心距离})^2 - r^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

14. 【答案】 $\frac{19}{36}$

【解析】1. 比赛规则与状态定义:

首轮甲 vs 乙, 胜者与丙比赛, 后续每轮由上一轮胜者对阵未参赛者, 累计两胜者夺冠.

设 $P(X)$ 表示当前胜者为 X 时甲最终夺冠的概率.

2. 递归方程建立:

① 首轮甲胜乙 (概率 $\frac{2}{3}$):

若甲 vs 丙, 甲胜 (概率 $\frac{1}{2}$) $\rightarrow$ 甲夺冠 (概率

1)。若甲负（概率 $\frac{1}{2}$ ）→丙 vs 乙：

若乙胜丙（概率 $\frac{3}{4}$ ）→乙 vs 甲，甲需再胜乙

（概率 $\frac{2}{3} \cdot P(\text{甲})$ ）。

若丙胜乙（概率 $\frac{1}{4}$ ）→丙夺冠。

②首轮乙胜甲（概率 $\frac{1}{3}$ ）：

若乙 vs 丙，乙胜（概率 $\frac{3}{4}$ ）→乙夺冠。

若乙负（概率 $\frac{1}{4}$ ）→丙 vs 甲，甲胜（概率

$\frac{1}{2} \cdot P(\text{甲})$ ）。

3.方程求解： $P(\text{甲}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{36}$

化简得 $P(\text{甲}) = \frac{19}{36}$

15.【解析】（1）由题目条件得

$2a \cos B = c \cos B + b \cos C$. 整理得：

$$(2a-c) \cos B = b \cos C$$

利用余弦定理 $\cos B = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$,

$\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$, 代入得：

$$(2a-c) \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac} = b \cdot \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}. \text{化简后得到:}$$

$$(2a-c)(a^2+c^2-b^2) = c \cdot (a^2+b^2-c^2)$$

$c^2) \therefore a=c$, 即 $\triangle ABC$ 为等腰三角形, 故 $B=60^\circ$

$$(2) \text{由面积公式得 } S = \frac{1}{2} ac \sin B = 3\sqrt{3}$$

$$\text{代入 } B=60^\circ \text{得: } \frac{1}{2} ac \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$\therefore ac=12$$

结合 $a+c=7$ 且 $ac=12$, 得二次方程 x^2-

$$7x+12=0$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

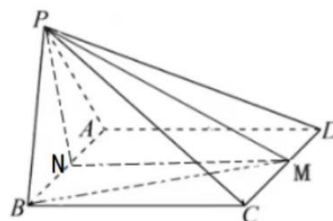
周长则为 $a+b+c=3+4+\sqrt{13}=7+\sqrt{13}$

16.【解析】

(1) 在 $\triangle PAB$ 中, 已知 $AB=4$, $PA=2\sqrt{2}$, 且 $PA \perp PB$. 根据勾股定理 $a^2+b^2=c^2$, 可得

$$PB = \sqrt{AB^2 - PA^2} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{16-8} = 2\sqrt{2}$$

, 所以 $PA=PB$.



取 AB 中点 N , 连接 PN 、 MN .

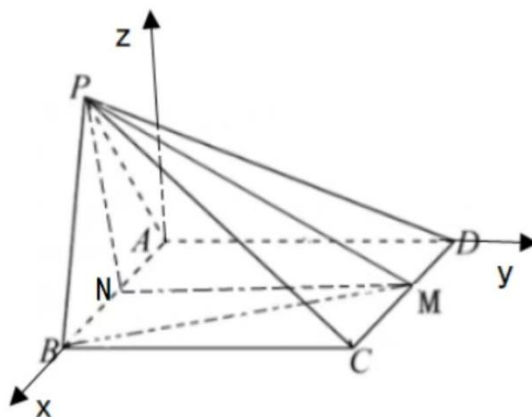
因为 $PA=PB$, N 为 AB 中点, 根据等腰三角形三线合一性质, 可得 $PN \perp AB$.

由于四边形 $ABCD$ 是正方形, M 是 CD 中点, N 是 AB 中点, 所以 $MN \parallel AD$, 又因为 $AD \perp AB$, 所以 $MN \perp AB$.

因为 $PN \cap MN = N$, $PN \subset \text{平面 } PMN$, $MN \subset \text{平面 } PMN$, 根据直线与平面垂直判定定理, 所以 $AB \perp \text{平面 } PMN$.

因为 $PM \subset \text{平面 } PMN$, 根据直线与平面垂直的性质, 所以 $PM \perp AB$.

(2) 如图, 以 A 为原点, 分别以 AB , AD 所在直线为 x , y 轴, 过 A 作垂直于平面 $ABCD$ 的直线为 z 轴建立空间直角坐标系.



因为 $PA \perp PB$, $PA = 2\sqrt{2}$, $PB = 2\sqrt{2}$, 所以 P 在平面 PAB 内的投影为 AB 中点 N , 则 $P(2, 0, 2)$, $B(4, 0, 0)$, $C(4, 4, 0)$, $M(2, 4, 0)$.

求平面 PBM 的法向量 $\vec{n} = (x, y, z)$

先求向量 $\vec{PB} = (2, 0, -2)$, $\vec{PM} = (0, 4, -2)$.

因为 $\vec{n}$ 是平面 PBM 的法向量, 则 $\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{PB} = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{PM} = 0 \end{cases}$, 即

$$\begin{cases} 2x - 2z = 0 \\ 4y - 2z = 0 \end{cases}$$

令 $x = 2$, 由 $2x - 2z = 0$ 可得 $z = 2$, 把 $z = 2$ 代入 $4y - 2z = 0$, 得 $4y - 4 = 0$, 解得 $y = 1$, 所以

$$\vec{n} = (2, 1, 2), \vec{PC} = (2, 4, -2).$$

设直线 PC 与平面 PBM 所成角为 θ , 根据直线与平面所

$$\text{成角的向量公式} \sin \theta = \left| \frac{\vec{PC} \cdot \vec{n}}{|\vec{PC}| |\vec{n}|} \right|.$$

$$\text{计算 } \vec{PC} \cdot \vec{n} = 2 \times 2 + 4 \times 1 + (-2) \times 2 = 4.$$

$$|\vec{PC}| = \sqrt{2^2 + 4^2 + (-2)^2} = \sqrt{4 + 16 + 4} = \sqrt{24}$$

$$= 2\sqrt{6}$$

$$|\vec{n}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 1 + 4} = 3.$$

$$\text{则} \sin \theta = \left| \frac{4}{2\sqrt{6} \times 3} \right| = \frac{\sqrt{6}}{9}.$$

根据 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$, 可得

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{6}}{9}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{6}{81}} \\ &= \sqrt{\frac{75}{81}} = \frac{5\sqrt{3}}{9} \end{aligned}$$

17. 【解析】

(1) 单批通过验收的概率

计算 A 型零件合格数 ≥ 2 和 B 型零件合格数 ≥ 1 的概率:

① A 型合格数 ≥ 2 :

$$P(A \geq 2) = C(3, 2)(0.9)^2(0.1) + C(3, 3)(0.9)^3 =$$

$$0.243 + 0.729 = 0.972$$

② B 型合格数 ≥ 1 :

$$P(B \geq 1) = 1 - P(B = 0) = 1 - (0.2)^2 = 0.96$$

单批通过概率:

$$0.972 \times 0.96 = 0.93312 \approx 0.933$$

(2) 5 批中至少有一批未通过的概率

利用补集计算:

所有 5 批均通过的概率为 $(0.93312)^5$

≈ 0.7075 , 因此至少有一批未通过的概率为: $1 - 0.7075 = 0.2925 \approx 0.293$

18. 【解析】(1) 由于 $f(1) = 0$.

$$f(x) = e^x - 2ax - b \quad \therefore e - 2a - b = 0$$

$$\therefore f(1) = 0, \text{ 代入 } x=1 \text{ 得 } e - a - b = 0$$

联立求解: $a = 0$

当 $a = 0$ 时, $b = e$, 即 $b = e$

(2) 当 $a = 1$, $b = 0$ 时, $f(x) > \ln(x+1)$

$$\text{令 } g(x) = f(x) - \ln(x+1) = e^x - x^2 - bx - \ln(x+1)$$

$(x+1)$. 需要证明 $g(x) > 0$ 对 $x > 0$ 成立

分析端点与单调性, $g(0) = 1 > 0$

$$g'(x) = e^x - 2x - \frac{1}{x+1}$$

$$g''(x) = e^x - 2 - \frac{1}{(x+1)^2}$$

当 $x \geq 1$ 时, e^x 增长迅速, $g'(x) \rightarrow +\infty$, 故 g

(x) 单调递增

当 $0 < x < 1$ 时, $g'(x)$ 在 $x \approx 0.65$ 处有极小值,

仍满足 $g(x) \approx 0.99 > 0$

综上所述: $g(x) > 0$ 对所有 $x > 0$ 成立, 即

$$f(x) > \ln(x+1)$$

19. 【解析】

(1) 由 $x^2 + y^2 - 4x - 32 = 0$, 整理得

$$(x-2)^2 + y^2 = 36,$$

则该圆是以 $F_2(2, 0)$ 为圆心, 6 为半径的圆.

因为 P 是圆 $x^2 + y^2 - 4x - 32 = 0$ 上一点, 线段 PF_2 与 C 交于点 Q , 且 $|PQ| = |F_1Q|$,

所以 $|QF_1| + |QF_2| = |PF_2| = 6$, 则 $a = 3$.

由题可知 $c = 2$, 则 $b^2 = a^2 - c^2 = 5$, 故 C 的标准方程为

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1.$$

(2) (i) 由题可知, 直线 AB 的斜率存在且不为 0,

设直线 AB 的方程为 $x = ty + 2$, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$,

$$\text{联立} \begin{cases} \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1, \\ x = ty + 2, \end{cases}$$

整理得 $(5t^2 + 9)y^2 + 20ty - 25 = 0$; 则

$$y_1 + y_2 = -\frac{20t}{5t^2 + 9},$$

$$y_1 y_2 = -\frac{25}{5t^2 + 9} + x_1 + x_2 = t(y_1 + y_2) + 4 = \frac{36}{5t^2 + 9},$$

则线段 AB 的中点 N 的坐标为 $(\frac{18}{5t^2 + 9}, -\frac{10t}{5t^2 + 9})$.

设 $\triangle ODN$ 的面积为 S , 则

$$S = \frac{1}{2} |OD| \cdot \left| \frac{y_1 + y_2}{2} \right| = \left| \frac{15t}{5t^2 + 9} \right| = \frac{15}{5|t| + \frac{9}{|t|}}.$$

因为 $5|t| + \frac{9}{|t|} \geq 6\sqrt{5}$, 当且仅当 $|t| = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ 时, 等号成

立,

所以 $S \leq \frac{\sqrt{5}}{2}$ 即 $\triangle ODN$ 面积的最大值为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

(ii) 设 $M(x_0, y_0)$, $\triangle ABD$ 外接圆的方程为

$$x^2 + y^2 - 2x_0x - 2y_0y - F = 0.$$

因为 $D(-3, 0)$ 在外接圆上, 所以 $6x_0 - F + 9 = 0$,

故外接圆的方程为 $x^2 + y^2 - 2x_0x - 2y_0y - 6x_0 - 9 = 0$.

$$\text{联立} \begin{cases} x = ty + 2, \\ x^2 + y^2 - 2x_0x - 2y_0y - 6x_0 - 9 = 0, \end{cases}$$

整理得 $(t^2 + 1)y^2 + (4t - 2x_0t - 2y_0)y - 10x_0 - 5 = 0$,

$$\text{则 } y_1 + y_2 = -\frac{4t - 2x_0t - 2y_0}{t^2 + 1}, \quad y_1 y_2 = -\frac{10x_0 + 5}{t^2 + 1},$$

因为 $y_1 + y_2 = -\frac{20t}{5t^2 + 9}$, $y_1 y_2 = -\frac{25}{5t^2 + 9}$, 所以

$$x_0 = -\frac{2}{5t^2 + 9}, \quad y_0 = \frac{10t}{5t^2 + 9}.$$

$$k_1 = \frac{y_0}{x_0} = -5tk_2 = \frac{y_N}{x_N} = -\frac{5t}{9}, \quad k = 9, \text{ 为定值.}$$