

义乌市普通高中 2025 届适应性考试

数 学

本试卷分选择题和非选择题两部分，考试时间 120 分钟，试卷总分为 150 分。请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分（共 58 分）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x|-6<x^2<6\}$ ，集合 $B=\{-3,-1,0,2,3\}$ ，则 $A\cap B=(\blacktriangle)$
A. $\{-1,0\}$ B. $\{0,2\}$ C. $\{-1,0,2\}$ D. $\{-3,-1,0\}$
2. 若复数 z 满足 $z(1-i)=(1+i)$ ，其中 i 是虚数单位，则 $z=(\blacktriangle)$
A. i B. $-i$ C. $1+i$ D. $1-i$
3. 已知 $|\vec{a}|=1$ ， $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{5}$ ，向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$ ，则 $|\vec{b}|=(\blacktriangle)$
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$
4. 将一个棱长为 6cm 的正方体铁块熔铸成一个底面半径为 3cm 的圆锥体零件，则该圆锥体零件的高约为 $(\blacktriangle)$
A. 8cm B. 12cm C. 16cm D. 24cm
5. 已知函数 $f(x)=a\sqrt{x}-\ln x$ 在区间 $(1,4)$ 上单调递增，则实数 a 的最小值为 $(\blacktriangle)$
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
6. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，已知 $A=30^\circ$ ， $a=\sqrt{2}$ ， $b=2$ ，则下列结论一定正确的是 $(\blacktriangle)$
A. $B<60^\circ$ B. $B>90^\circ$ C. $c>2$ D. $c<3$
7. 已知过抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 焦点 F 的直线与该抛物线交于 A, B 两点，若 $|AF|+4|BF|=9$ ，则 p 的最大值为 $(\blacktriangle)$
A. 2 B. 3 C. 4 D. 6
8. 狄利克雷函数 $D(x)$ 定义为： $D(x)=\begin{cases} 1, & x \text{ 为有理数} \\ 0, & x \text{ 为无理数} \end{cases}$ ，以下选项中正确的是 $(\blacktriangle)$ 。
A. 不存在 $a\in R$ ，使得 $D(a+x)=D(a-x)$ 恒成立
B. 存在 $a\in R$ ，使得 $D(a+x)+D(a-x)=1$ 恒成立
C. 对任意 x_1, x_2 ，满足 $D(x_1)(x_2)=D(x_1+x_2)$
D. 函数图像上存在三点 A, B, C ，使得 $\triangle ABC$ 是直角三角形

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9. 有两组数据，数据 A : 1, 3, 5, 7, 9 和数据 B : 1, 2, 4, 8, 16, 则 (▲)
- A. 数据 A 的平均数小于数据 B 的平均数
- B. 数据 A 的方差小于数据 B 的方差
- C. 数据 A 的极差小于数据 B 的极差
- D. 数据 A 的中位数小于数据 B 的中位数
10. 设函数 $f(x)=x(x-a)^2$, $a \neq 0$, 则 (▲)
- A. 当 $a=3$ 时, $f(x)$ 有极大值 4
- B. 当 $a=3$ 时, $f(x+3) \geq f(x)$
- C. 当 $a>1$ 时, $f(a^2+a) > f(2a+1)$
- D. 当 $a<-1$ 时, $f(a^2+a) > f(2a+1)$
11. 在平面直角坐标系 Oxy 中, 动点 P 在直线 $l: y=x$ 上的射影为点 Q , 且 $|OP|+|PQ|=1$, 记动点 P 的轨迹为曲线 C , 则下列结论正确的是 (▲)
- A. 曲线 C 关于原点 O 对称
- B. 点 Q 的轨迹长度为 1
- C. $\frac{1}{2} \leq |OP| \leq 1$
- D. 曲线 C 围成的封闭区域的面积小于 2

非选择题部分 (共 92 分)

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．

12. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_5=S_5=5$, 则公差 $d=$ ▲ .

13. 若 $\tan \theta=2$, 则 $\frac{\cos \theta(1-\sin 2 \theta)}{\sin \left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)}=$ ▲ .

14. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为菱形, 三棱锥 $P-ABD$ 为正四面体, 则三棱锥 $P-ABD$ 与三棱锥 $P-BCD$ 的外接球半径之比为 ▲ .

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. 某手机厂对屏幕进行两项独立检测：亮度检测通过率 $\frac{7}{8}$ ，色准检测通过率 $\frac{4}{5}$ 。产品需通过两项检测才算合格。随机抽取 3 件产品，设合格品数为 X 。

(1) 求单件产品为合格品的概率；

(2) 求 X 的分布列及数学期望；

(3) 已知合格品利润 100 元/件，若改进工艺能使亮度检测通过率提升至 $\frac{9}{10}$ ，但每件成本增加 1 元。是否值得改进？

16. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\sqrt{3}$ ，过左焦点 F 的直线 l 与双曲线的左支、右支分别交于点 A 、 B ，当直线 l 与 y 轴垂直时， $|AB| = 2\sqrt{3}$ 。

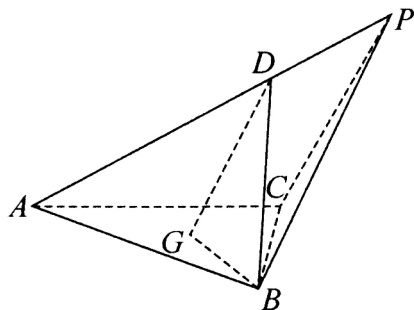
(1) 求双曲线 C 的方程；

(2) 点 $C(12, 0)$ 满足 $CB \parallel OA$ ，其中 O 是坐标原点，求四边形 $ABCD$ 的面积。

17. 如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， $\triangle ABC$ 是正三角形， $AC=PC$ ， $\angle ACP=120^\circ$ ， $\overline{AD}=2\overline{DP}$ ，点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心。

(1) 证明： $GD \parallel$ 平面 PBC ；

(2) 若平面 $BGD \perp$ 平面 PAC ，求二面角 $P-AB-C$ 的平面角的正切值。



18. 已知函数 $f(x)=x-a\ln(1+x)$, $a\in R$.

- (1) 当 $a=1$ 时, 求 $f(x)$ 的极值;
- (2) 若 $f(x)$ 在区间 $(-1, 0)$ 上存在零点 x_0 ,
 - (i) 求 a 的取值范围;
 - (ii) 证明: 当 $-1 < x < 0$ 时, $f(x) > f'(x_0)$.

19. 给定正整数 $n \geq 3$, 考虑集合 $\{1, 2, \dots, n\}$ 的所有排列 $\pi=(a_1, a_2, \dots, a_n)$, 对每个 $1 \leq i \leq n-1$,

$i \in N^*$, 定义: $d_i = \min\{|a_i - a_j|, j=i+1, i+2, i+3, \dots, n\}$, 并规定 $d_n=0$. 记 S_m 为所有排列中 $\sum_{i=1}^m d_i$

的最大值.

(1) 对于排列 $\pi=(1, 3, 2, 4)$, 计算 $\sum_{i=1}^4 d_i$, 再直接写出 S_3 和 S_4 的值;

(2) 对任意整数 $k \geq 3$, 证明: $S_{2k} \geq k-1 + S_k + S_{k+1}$;

(3) 证明: $S_{2049} \geq 13312$.