

金华十校 2024 年 11 月高三模拟考试

数 学

本试卷分选择题和非选择题两部分,共 4 页,满分 150 分,考试时间 120 分钟.

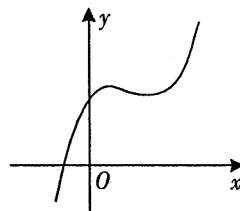
考生注意:

1. 考生答题前,务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题卷上.
2. 选择题的答案须用 2B 铅笔将答题卷上对应题目的答案涂黑,如要改动,须将原填涂处用橡皮擦净.
3. 非选择题的答案须用黑色字迹的签字笔或钢笔写在答题卷上相应区域内,答案写在本试题卷上无效.

选择题部分(共 58 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $M=\{x|-2<x<2\}$, $N=\{-1,0,1,2,3\}$, 则 $M\cap N=(\triangle)$
A. $\{-1,0,1\}$ B. $\{-1,0,1,2\}$ C. $\{-1,0\}$ D. $\{0,1\}$
2. 在复平面中,若复数 z 满足 $\frac{1}{z-1}=i$, 则 $|z|=(\triangle)$
A. 2 B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$
3. 若 $a, b \in R$, 则 $|a|=|b|$ 是 $2^a=2^b$ 的 $(\triangle)$
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 已知点 F 为抛物线 $C: y^2=2px(p>0)$ 的焦点, 点 $M(3, m)$ 在抛物线 C 上, 且 $|MF|=4$, 则抛物线 C 的方程为 $(\triangle)$
A. $y^2=x$ B. $y^2=2x$ C. $y^2=4x$ D. $y^2=6x$
5. 已知 $\tan(\alpha+\frac{\pi}{6})=\sqrt{3}$, 则 $\sin\alpha \cdot \cos\alpha=(\triangle)$
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
6. 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ 的部分图像如图所示, 则以下可能成立的是 $(\triangle)$
A. $a=2, b=1$ B. $a=-1, b=2$
C. $a=-2, b=1$ D. $a=2, b=-1$



四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本题满分 13 分)记 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $(2c - \sqrt{3}a)\cos B = \sqrt{3}b\cos A$.

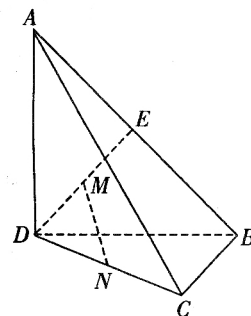
(1)求 B ;

(2)若 $\triangle ABC$ 为等腰三角形且腰长为 2, 求 $\triangle ABC$ 的底边长.

16. (本题满分 15 分)如图,三棱锥 $A-BCD$ 中, $AD \perp$ 平面 BCD , $AD = DB = DC = BC$, E 为 AB 中点, M 为 DE 中点, N 为 DC 中点.

(1)求证: $MN \parallel$ 平面 ABC ;

(2)求直线 DE 与平面 ABC 所成角的正弦值.



17. (本题满分 15 分)已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - a\ln x + (1-a)x$, ($a > 0$).

(1)若 $a=1$, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2)若 $f(x) \geq -\frac{1}{2}e^2$, 求 a 的取值范围.

18. (本题满分 17 分) 已知 $A(2,0)$ 和 $B(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>b>0)$ 上两点.

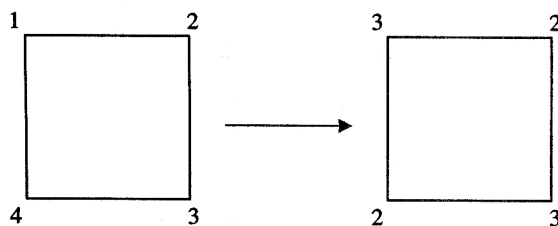
(1)求椭圆 C 的离心率;

(2) 过点 $(-1, 0)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 D, E 两点 (D, E 不在 x 轴上).

(i)若 $\triangle ADE$ 的面积为 $\sqrt{5}$,求直线 l 的方程;

(ii) 直线 AD 和 AE 分别与 y 轴交于 M, N 两点, 求证: 以 MN 为直径的圆被 x 轴截得的弦长为定值.

19. (本题满分 17 分) 已知正 n 边形的每个顶点上有一个数. 定义一个变换 T , 其将正 n 边形每个顶点上的数变换成相邻两个顶点上的数的平均数, 比如:



记 n 个顶点上的 n 个数顺时针排列依次为 $a_1, a_2, \dots, a_n$, 则 $T(a_i) = \frac{a_{i-1} + a_{i+1}}{2}$, i 为整数, $2 \leq i \leq$

$n-1, T(a_1)=\frac{a_n+a_2}{2}, T(a_n)=\frac{a_{n-1}+a_1}{2}$. 设 $T^n(a_i)=T(T(\cdots T(a_i)))$ (共 n 个 T , 表示 n 次变换)

(1) 若 $n=4, a_i=i, 1 \leq i \leq 4$, 求 $T^2(a_1), T^2(a_2), T^2(a_3), T^2(a_4)$;

(2) 对于正 n 边形, 若 $T(a_i) = a_i, 1 \leq i \leq n$, 证明: $a_1 = a_2 = \cdots = a_{n-1} = a_n$;

(3) 设 $n=4k+2, k \in \mathbb{N}^*, \{a_1, a_2, \dots, a_n\} = \{1, 2, \dots, n\}$, 证明: 存在 $m \in \mathbb{N}^*$, 使得 $T^m(a_i) (i=1, 2, \dots, n)$ 不全为整数.